

THÈSE

présentée

au Conservatoire National des Arts et Métiers

pour l'obtention du doctorat spécialité :

Lasers, métrologie, communications

par

Danilo ZANATTA FILHO

sujet :

**Nouvelles méthodes de traitement d'antenne en
émission alliant diversité et formation de voie**

Soutenue le 28 septembre 2006 devant le jury composé de

Maurice BELLANGER	Président
Philippe FORSTER	Rapporteur
Leonardo RESENDE	Rapporteur
Dirk SLOCK	Rapporteur
Luc FÉTY	Directeur de Thèse
João Marcos ROMANO	Directeur de Thèse
Didier LE RUYET	Examineur
Philippe MEGE	Examineur
Michel TERRE	Examineur

Remerciements

Je tiens tout d'abord à exprimer ma gratitude à Luc Féty pour son amitié, le soutien et l'encadrement, sans lequel ce travail n'aurait pu s'accomplir, mais aussi pour les toujours très agréables discussions, soit techniques soit sur des sujets plus généraux. Je tiens aussi à exprimer ma gratitude à João Marcos Romano pour m'avoir accueilli au Laboratoire de Traitement du Signal appliqué aux Communications de l'Université de Campinas (UNICAMP), et aussi pour son amitié, le soutien et l'encadrement qui m'ont permis accomplir cette thèse en co-tutelle entre le CNAM et l'UNICAMP.

Je remercie également à M. Maurice Bellanger pour m'avoir accueilli au Laboratoire Électronique et Communication du Conservatoire National des Arts et Métiers (CNAM), pour le soutien, particulièrement concernant la réalisation de la thèse en co-tutelle, et pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury.

Je tiens également à remercier M. Philippe Forster, M. Leonardo Resende et M. Dirk Slock pour m'avoir fait l'honneur d'accepter d'être rapporteurs, pour la lecture attentive de la thèse et pour leurs propositions enrichissantes. Merci également à M. Philippe Mege pour avoir accepté d'être examinateur de cette thèse.

Merci à Didier Le Ruyet pour son amitié, pour toutes les discussions autour d'un café que j'ai autant appréciées et pour avoir accepté d'être examinateur de cette thèse. Merci à Michel Terré, toujours avec son sourire contagieux, pour son amitié, pour les discussions techniques très enrichissantes et pour avoir accepté d'être examinateur de cette thèse.

Merci à tous les collègues du Laboratoire Électronique et Communications qui, chacun à sa manière, ont rendu mon séjour en France plus plaisant et plus enrichissant. Merci à Cristiano Panazio pour son amitié et son aide pendant la période que nous avons passé ensemble au laboratoire. Un merci amical à Nicolas Paul pour son amitié, sa sympathie et pour les discussions toujours très agréables.

Merci aussi à tous les collègues du Laboratoire de Traitement du Signal appliqué aux Communications (DSPCom) pour les discussions techniques, mais aussi pour les moments toujours très sympathiques. Un grand merci à Leonardo Tomazeli Duarte pour les discussions toujours sincères, pour son soutien et pour les matches de basket, à Ricardo Suyama pour son amitié, son aide et pour les discussions enrichissantes, et à Renato Lopes pour son amitié et pour toutes les discussions qui m'ont permis d'enrichir mes compétences techniques.

Je remercie mes parents Danilo et Regina qui m'ont encouragé et m'ont soutenu dès le début de cette thèse. Je remercie encore mon grand ami Fred pour son amitié et son soutien qui, même à distance, m'ont autant aidé. Merci encore à ma belle-famille pour leur soutien pendant cette thèse parfois envahissante.

Enfin, et ce n'est pas le moindre de mes remerciements, je désire exprimer ma gratitude en particulier à mon épouse Carla, à qui je dédie cette thèse, pour sa patience (de me voir toujours penché sur mon PC), son soutien quotidien tout au long de ces 3 années des travaux, ses encouragements de chaque instant et son amour sans cesse.

Résumé

Les travaux présentés dans ce document traitent de l'utilisation en émission d'un réseau d'antennes à la station de base d'un système de communication radio-mobile. En réception, les solutions pour exploiter un réseau d'antennes sont désormais bien établies. En émission, par contre, le problème reste ouvert. Deux approches sont possibles : exploiter le réseau d'antennes en formation de voie ou en diversité. Les deux approches s'opposent de par les hypothèses sur la corrélation des canaux, qui impliquent un éloignement plus ou moins important des antennes, en fonction de l'environnement. En pratique, ces hypothèses sont difficiles à respecter. Dans ce document, on ambitionne de traiter le problème dans sa globalité en alliant diversité et formation de voie pour mieux exploiter le réseau d'antennes. Les travaux sont menés à la fois dans un contexte mono-utilisateur mais aussi dans un contexte multi-utilisateurs.

Dans le cas mono-utilisateur, on propose d'utiliser un schéma de transmission composé d'une technique de diversité classique appliquée à des antennes virtuelles directives et idéalement indépendantes. Ces antennes virtuelles sont réalisées au moyen de filtres purement spatiaux appliqués aux antennes réelles. L'ensemble de ces filtres est appelé *précodeur* et s'intercale entre la diversité de transmission et le réseau d'antennes utilisé en émission. Ce précodeur joue un double rôle, à savoir celui de réaliser la formation de voie et celui de créer de la diversité au moyen d'antennes virtuelles idéalement indépendantes, alliant ainsi diversité de transmission et formation de voie en émission. On propose deux approches pour obtenir le précodeur, l'une basée sur la minimisation de la variance de la puissance reçue par le mobile et l'autre basée directement sur la minimisation du taux d'erreur au niveau du mobile. Les performances de ces nouvelles méthodes, comparées à celles des approches classiques, révèlent leur intérêt.

On étend ensuite ce schéma au contexte multi-utilisateurs, pour lequel il n'existe pas de technique de diversité de transmission. On propose de réaliser l'adaptation conjointe des précodeurs en cherchant à minimiser la puissance totale d'émission tout en respectant les TEB cibles des utilisateurs. De façon analogue au cas mono-utilisateur, les précodeurs permettent d'allier la formation de voie et la diversité de transmission. Comparée aux techniques de formation de voie multi-utilisateurs classiques, la nouvelle approche introduit de la diversité de transmission et obtient en retour de meilleures performances.

Abstract

This work deals with the use of an antenna array at the base station of a mobile communication system for transmission. In reception, solutions that exploit the antenna array are now well established. In transmission, however, the problem remains open. Two approaches are possible : exploit the array by using beamforming techniques or by using diversity techniques. These two approaches are based on opposite assumptions about the channels correlation, which implies a greater or smaller distance between antennas, depending on the environment. In practice, these assumptions are not verified. Here, we aim to deal with the problem as a whole for better exploiting the antenna array. This work treats the mono-user case, as well as the multi-user scenario.

In the mono-user case, we propose a transmission scheme composed of a classical transmit diversity technique applied to virtual antennas, which are directive and ideally independent. These virtual antennas are produced by means of purely spatial filters applied to the real antennas. This set of filters is called *precoder*, and acts as the interface between the transmit diversity technique and the transmit antenna array. The precoder function is twofold ; to beamform the transmit signal, and to create diversity by means of ideally independent virtual antennas, thus combining transmit diversity and transmit beamforming. We propose two approaches to obtain this precoder, one based on the minimization of the variance of the received power at the mobile, and the other directly based on the minimization of the error rate. Compared to more classical approaches, the performance of the new methods reveals their advantage.

Then, we extend this scheme to a multi-user context, for which transmit diversity techniques have not yet been developed. We propose to jointly adapt the precoders by minimizing the total transmit power while satisfying the users' target BER. Similarly to the mono-user case, the precoders allow to combine beamforming and transmit diversity. Compared to classical multi-user beamforming techniques, the new approach adds diversity to the link and obtains in return better performances.

Table des matières

Remerciements	iii
Résumé	v
Abstract	vii
Table des figures	xiii
Liste des tableaux	xv
Notations mathématiques	xvii
Liste des acronymes et abréviations	xix
1 Introduction	1
1.1 Organisation et contributions de cette thèse	2
2 Antenne multi-capteurs en émission	5
2.1 Introduction	5
2.2 Diversité de transmission <i>versus</i> formation de voie en émission	6
2.3 Stratégies de diversité de transmission (DT)	7
2.3.1 Diversité de transmission en boucle ouverte	9
2.3.2 Diversité de transmission en boucle fermée	10
2.4 Stratégies de formation de voie (FV) en émission	12
2.4.1 Formation de voie avec voie de retour	13
2.4.2 Formation de voie sans voie de retour	14
2.5 Techniques de FV mono-utilisateur	16
2.5.1 Modèle de signal	16
2.5.2 Maximisation du RSB	18
2.5.3 Inconvénient	19
2.5.4 Interprétation physique	19
2.6 Allier la DT à la FV – le concept de capteurs virtuels	20
2.7 Techniques de FV multi-utilisateurs	23
2.7.1 Minimisation de la puissance - contrôle de puissance	25
2.7.2 Contraintes sur le RSIB	26
2.7.3 Dualité voie montante et voie descendante	28

2.7.4	Contrôle de puissance	30
2.7.5	Existence d'une solution	31
2.7.6	Solution itérative - algorithme DBPC	32
2.7.7	Version rapide - algorithme F-DBPC	38
2.8	Les capteurs virtuels revus - le cas multi-utilisateurs	44
2.9	Conclusion	46
3	Techniques mono-utilisateur	47
3.1	Introduction	47
3.2	Précodage et diversité de transmission	48
3.2.1	Diversité de transmission	50
3.3	Diversité de transmission et TEB	54
3.3.1	Canaux corrélés	57
3.4	Allocation optimale de puissance en DT	58
3.5	Minimisation de la variance	63
3.5.1	Modèle de signal	64
3.5.2	Critère de minimum de variance	67
3.5.3	Solution optimale - algorithme CPA	70
3.5.4	Résultats des simulations	74
3.5.5	Besoin d'un nouveau critère	85
3.6	Minimisation du TEB	85
3.6.1	Modèle de signal	85
3.6.2	Critère de minimum de TEB	87
3.6.3	Algorithme mBER-TD-DB	88
3.6.4	Résultats des simulations	93
3.7	Conclusion	99
4	Techniques multi-utilisateurs	101
4.1	Introduction	101
4.2	Modèle de signal	102
4.3	Critère multi-utilisateurs avec contraintes de TEB	103
4.3.1	Solution optimale	104
4.4	Algorithme MU-cBER	111
4.5	Résultats des simulations	114
4.5.1	Canal sélectif en fréquence	120
4.6	Idées et perspectives	121
4.6.1	Quelques mots sur la convergence	121
4.6.2	Version stochastique	122
4.6.3	Version dégradée	123
4.7	Conclusion	123
5	Conclusion et perspectives	125
	Bibliographie	127

Index d'auteurs

133

Table des figures

2.1	Schéma classique de diversité de transmission	8
2.2	Traitement purement spatial en émission	12
2.3	Schéma de transmission : précodeur ω et diversité de transmission . .	21
2.4	Évolution de la puissance totale d'émission pour l'algorithme DBPC en fonction du nombre d'itérations.	35
2.5	Évolution de la puissance en voie montante α_u de chaque utilisateur u pour l'algorithme F-DBPC en fonction du nombre d'itérations.	42
2.6	Schéma de transmission multi-utilisateurs : précodeur ω_u et diversité de transmission	45
3.1	Schéma de transmission : précodeur ω et diversité de transmission . .	49
3.2	Fonction densité de probabilité (fdp) de $\gamma_{fd}(b)$ pour différentes valeurs de L	53
3.3	Comparaison des performances pour un canal équilibré et un canal déséquilibré.	57
3.4	Comparaison des performances de l'allocation optimale de puissance pour $M = 3$ et répartition égale de puissance en utilisant 1, 2 ou 3 capteurs	59
3.5	Allocation optimale de puissance en fonction de la puissance d'émission	60
3.6	fdp de la puissance reçue pour 1, 2 et 3 capteurs et répartition égale de puissance en émission pour $P_{TX} = 25$ dB.	60
3.7	Détail de la fdp de la puissance reçue pour 1, 2 et 3 capteurs et répar- tition égale de puissance en émission pour $P_{TX} = 25$ dB.	61
3.8	TEB en fonction de la puissance reçue - bruit de variance $\sigma_v^2 = 1$. . .	62
3.9	Variance de la puissance reçue en fonction du nombre de capteurs L .	63
3.10	Comparaison de la solution minimum de variance et formation de voie.	69
3.11	TEB en fonction de la puissance émise. Comparaison de la formation de voie et de la technique CPA pour différentes valeurs de β . Modulation 4-QAM.	73
3.12	Diagramme de radiation de la solution formation de voie et de la so- lution CPA avec $\beta = 0$ et $\beta = 0, 3$	74
3.13	Scénario NLOS pour deux valeurs d'étalement angulaire et modulation 4-QAM.	77
3.14	Répartition de puissance entre les modes propres du canal en fonction de la puissance d'émission pour le scénario NLOS avec $\Delta = 5^\circ$	77

3.15	Puissance reçue moyenne et variance de la puissance reçue en fonction de la puissance d'émission pour le scénario NLOS avec $\Delta = 5^\circ$	78
3.16	Puissance reçue moyenne et variance de la puissance reçue en fonction de la puissance d'émission pour le scénario NLOS avec $\Delta = 25^\circ$	79
3.17	Répartition de puissance entre les modes propres du canal en fonction de la puissance d'émission pour le scénario NLOS avec $\Delta = 25^\circ$	79
3.18	Scénario LOS avec modulation 4-QAM.	80
3.19	Puissance reçue moyenne et variance de la puissance reçue en fonction de la puissance d'émission pour le scénario LOS	81
3.20	Répartition de puissance entre les modes propres du canal en fonction de la puissance d'émission pour le scénario LOS.	82
3.21	Canal sélectif en fréquence avec modulation 4-QAM.	83
3.22	Puissance reçue moyenne et variance de la puissance reçue en fonction de la puissance d'émission pour le canal sélectif en fréquence	84
3.23	Répartition de puissance entre les modes propres du canal en fonction de la puissance d'émission pour le canal sélectif en fréquence.	84
3.24	Comparaison entre le TEB approximé et le TEB simulé	87
3.25	Comparaison entre les fonctions $Q(\sqrt{\gamma_b})$ et $f(\gamma_b)$	89
3.26	Convergence de l'algorithme mBER-TD-DB pour une puissance d'émission de 0 dB et 30 dB	94
3.27	Scénario NLOS pour $\Delta = 5^\circ$ et modulation 4-QAM.	95
3.28	Répartition de puissance parmi les modes propres du canal en fonction de la puissance d'émission pour le scénario NLOS avec $\Delta = 5^\circ$	96
3.29	Puissance reçue moyenne et variance de la puissance reçue en fonction de la puissance d'émission pour le scénario NLOS avec $\Delta = 5^\circ$	97
3.30	Canal sélectif en fréquence et modulation 4-QAM.	98
3.31	Puissance reçue moyenne et variance de la puissance reçue en fonction de la puissance d'émission pour le canal sélectif en fréquence	98
4.1	Schéma de transmission multi-utilisateurs : précodeur ω_u et diversité de transmission	102
4.2	Linéarisation de la fonction $g_j(p_j)$ autour du point p_j^-	110
4.3	Évolution de la puissance d'émission et du TEB pendant la convergence de l'algorithme MU-cBER pour $K = 4$, $L = 2$ et un TEB cible de 10^{-4}	115
4.4	Diagramme de radiation de la solution formation de voie purement spatiale DBPC pour $K = 4$	117
4.5	Diagramme de radiation de la solution MU-cBER pour $K = 4$ et $L = 2$	117
4.6	Puissance d'émission totale pour l'algorithme DBPC et MU-cBER ($L = 2$) en fonction du TEB cible pour 2 utilisateurs et $K = 4$	118
4.7	Puissance d'émission totale pour l'algorithme DBPC et MU-cBER ($L = 2$) pour 3 utilisateurs en fonction du TEB cible et du nombre de capteurs (K).	119
4.8	Puissance totale d'émission pour l'algorithme DBPC et MU-cBER en fonction du TEB pour le canal sélectif en fréquence.	120

Liste des tableaux

2.1	Algorithme DBPC	33
2.2	Algorithme F-DBPC	41
3.1	Algorithme CPA	72
3.2	Caractéristiques du scénario LOS	80
3.3	Paramètres N , \overline{N}_e et d_{\min} pour les modulations QAM.	86
3.4	Algorithme mBER-TD-DB	91
3.5	Caractéristiques du canal sélectif en fréquence	97
4.1	Algorithme MU-cBER	112
4.2	Caractéristiques du scénario à 2 trajets et 2 utilisateurs	115
4.3	Caractéristiques du scénario à 2 trajets et 3 utilisateurs	119

Notations mathématiques

a ou A	Scalaire
\mathbf{a}	Vecteur colonne (minuscule en gras)
\mathbf{A}	Matrice (majuscule en gras)
\mathbf{I}_N	Matrice identité $N \times N$
$\mathbf{1}_N$	Vecteur colonne avec tous les N éléments égaux à 1
$\mathbf{0}_N$	Vecteur colonne avec tous les N éléments égaux à 0
$\mathbf{0}_{N \times M}$	Matrice $N \times M$, avec tous les éléments égaux à zéro
\star	Convolution
$(\cdot)^*$	Complexe conjugué d'un scalaire, vecteur ou matrice
$(\cdot)^T$	Transposé d'un vecteur ou d'une matrice
$(\cdot)^H$	Conjugué et transposé d'un vecteur ou d'une matrice
$\ \mathbf{a}\ $	Norme 2 du vecteur \mathbf{a} : $\ \mathbf{a}\ = \sqrt{\mathbf{a}^H \mathbf{a}}$
$\text{tr}(\mathbf{A})$	Trace de la matrice \mathbf{A}
$\text{diag}(\mathbf{a})$	Matrice diagonale formée par le vecteur \mathbf{a}
$\mathbf{a}[m]$	Élément de la ligne m du vecteur (colonne) \mathbf{a}
$\mathbf{A}[m, n]$	Élément de la ligne m et colonne n de la matrice \mathbf{A}
$\ \mathbf{A}\ _F$	Norme de Frobenius de la matrice \mathbf{A} ($M \times N$), donnée par $\sqrt{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N (\mathbf{A}[m, n])^2}$
$E\{\cdot\}$	Espérance mathématique

Liste des acronymes et abréviations

Abréviation	Signification
APS	<i>Azimuthal Power Spectrum</i>
BABG	Bruit Additif Blanc Gaussien
BPSK	<i>Binary Phase Shift Keying</i>
CDMA	<i>Code Division Multiple Access</i>
CMA	<i>Constant Modulus Algorithm</i>
CPA	<i>Constant Power Algorithm</i>
CSIT	<i>Channel State Information at the Transmitter</i>
DBPC	<i>Downlink Beamforming and Power Control</i>
DOA	<i>Direction of Arrival</i>
DT	Diversité de Transmission
DTD	<i>Delay Transmit Diversity</i>
Eig-BF	<i>Eigen-Beamforming</i>
fdp	fonction densité de probabilité
F-DBPC	<i>Fast-DBPC</i>
FDD	<i>Frequency Division Duplex</i>
FDMA	<i>Frequency Division Multiple Access</i>
FV	Formation de Voie
LOS	<i>Line of Sight</i>
mBER-TD-DB	<i>minimum BER-Transmit Diversity-Downlink Beamforming</i>
MCS	Matrice de Covariance Spatiale
MCST	Matrice de Covariance Spatio-Temporelle
MLSE	<i>Maximum-Likelihood Sequence Estimation</i>

Abréviation	Signification
MU-cBER	<i>Multi-User constrained BER</i>
NLOS	<i>Non Line of Sight</i>
OFDM	<i>Orthogonal Frequency Division Multiplex</i>
OSTBC	<i>Orthogonal Space-Time Block Codes</i>
PSK	<i>Phase Shift Keying</i>
QAM	<i>Quadrature Amplitude Modulation</i>
RSB	Rapport Signal à Bruit
RSI	Rapport Signal à Interférence
RSIB	Rapport Signal à Interférence plus Bruit
SB	Station de Base
SDMA	<i>Space Division Multiple Access</i>
STBC	<i>Space-Time Block Codes</i>
STD	<i>Selective Transmit Diversity (STD)</i>
TDD	<i>Time Division Duplex</i>
TDMA	<i>Time Division Multiple Access</i>
TEB	Taux d'Erreur Bit
TxAA	<i>Transmit Adaptive Array (TxAA)</i>
UM	Utilisateur Mobile

1

Introduction

Le but d'un système de communication numérique est, de façon générale, la transmission des données à haut débit, en utilisant le minimum d'énergie possible et avec un taux d'erreur le plus faible possible. Ces objectifs deviennent de plus en plus évidents dans les systèmes modernes de communications sans fil, tels que les systèmes radio-mobiles de troisième ou quatrième génération ou les systèmes WiFi ou WiMax. Par ailleurs, l'évolution des systèmes de communication sans fil est impulsée par l'accès à l'Internet et par la demande croissante pour des services basés sur la transmission de données, comme la transmission de télévision numérique, vidéoconférences, téléchargements divers, etc.

Pour que ces systèmes modernes de communications sans fil puissent offrir du haut débit, des nouvelles techniques de traitement du signal ont été largement développées et utilisées. Ainsi, l'utilisation d'une antenne multi-capteurs à la station de base a été considérée dans la littérature comme un facteur clé pour mieux exploiter la capacité de ces systèmes [32, 34]. Même si l'utilisation d'une antenne multi-capteurs au récepteur mobile est aussi possible, la consommation de la batterie et la taille du terminal mobile sont des facteurs limitants pour l'utilisation de cette technique. Cependant, l'antenne multi-capteurs à la station de base peut être exploitée aussi bien à la réception qu'à l'émission des signaux. En conséquence, les deux liens (montant et descendant) peuvent profiter du gain dû à l'antenne multi-capteurs à la station de base.

L'exploitation de l'antenne multi-capteurs en réception (voie montante) est un problème relativement bien étudié dans la littérature et a déjà produit un certain nombre de résultats, voir par exemple [19, 20, 48]. Par contre, l'exploitation de l'antenne multi-capteurs en émission (voie descendante) est un problème relativement nouveau et moins étudié par la communauté scientifique. On peut classer ces tra-

vaux en deux groupes, selon l'aspect à exploiter, à savoir les techniques de diversité de transmission, qui profitent du gain de diversité fourni par l'antenne multi-capteurs, ou les techniques de formation de voie en émission, qui profitent du gain d'antenne ou gain de directivité. Cependant, les hypothèses de base de chaque stratégie sont contradictoires, dans le sens où les techniques de diversité de transmission supposent que les capteurs sont décorrélés et les techniques de formation de voie en émission, que les capteurs sont fortement corrélés. D'autre part, les techniques de formation de voie essayent de diriger l'émission pour profiter au mieux de la puissance d'émission tandis que les techniques de diversité de transmission émettent de façon omni-directionnelle.

Dans un contexte mono-utilisateur, il existe clairement un compromis à trouver entre le gain fourni par les techniques de diversité et celles de formation de voie. En fonction du scénario, l'utilisation de l'une ou de l'autre technique est plus avantageuse pour utiliser au mieux la puissance d'émission, dans le sens de minimiser le taux d'erreur au niveau du récepteur mobile. Par contre, dans la pratique, il est plus probable que le scénario soit tel qu'aucune des hypothèses ne soient complètement vérifiées. La question qui se pose alors est de savoir comment utiliser au mieux l'antenne multi-capteurs dans un scénario général de transmission.

Si l'on passe au cas multi-utilisateurs, les techniques de diversité de transmission ne sont plus du tout utilisables à cause de l'émission omni-directionnelle résultante. Les techniques de formation de voie multi-utilisateurs classiques semblent donc bien adaptées à ce problème. Ces techniques réduisent l'interférence multi-utilisateurs, améliorant la qualité du lien des utilisateurs. Cela mène à une réduction de la puissance d'émission, pour un même taux d'erreur cible en réception. Comme la puissance d'émission est une ressource *rare*, sa réduction conduit à une augmentation de la capacité globale du système, soit en nombre d'utilisateurs soit en débit agrégé. Par contre, on peut encore se demander comment allier la diversité de transmission à la formation de voie multi-utilisateurs pour améliorer davantage les performances du système.

1.1 Organisation et contributions de cette thèse

Dans ce travail, on étudie comment utiliser au mieux l'antenne multi-capteurs à la station de base pour émettre vers un ou plusieurs terminaux mobiles. Dans ce sens, on essayera de répondre aux questions suscitées auparavant par l'utilisation des méthodes de traitement du signal et d'optimisation.

Nous commençons, dans le chapitre 2, par une discussion sur l'utilisation de l'antenne multi-capteurs en émission, du point de vue de la diversité de transmission et de la formation de voie en émission. On présente, brièvement, l'état de l'art des techniques de diversité de transmission en boucle ouverte et en boucle fermée, ainsi que des techniques de formation de voie en émission avec et sans voie de retour. On présente plus en détail la technique de formation de voie basée sur la maximisation du rapport signal à bruit (RSB), en utilisant un filtre purement spatial. Ensuite, on

propose un schéma de transmission basé sur un précodeur à plusieurs couches purement spatiales pour allier la diversité de transmission à la formation de voie. Ce qui nous mène à l'introduction du concept des capteurs virtuels.

La deuxième partie du chapitre 2 est dédiée aux techniques de formation de voie multi-utilisateurs. On présente la technique DBPC et sa version simplifiée (F-DBPC), permettant d'optimiser conjointement les filtres purement spatiaux des utilisateurs et les puissances d'émission allouées pour minimiser la puissance totale d'émission, tout en respectant les cibles de RSB de chaque utilisateur. J'avais originellement proposé cette technique pendant mes travaux de master [53]. Néanmoins, la démonstration de la convergence de la version simplifiée (F-DBPC) dans la section 2.7.7.2 est une contribution qui a été réalisée *a posteriori*, pendant mes travaux de thèse. On finit le chapitre par l'extension au cas multi-utilisateurs du concept de capteurs virtuels par le biais d'un schéma de transmission basé sur l'utilisation d'un précodeur par utilisateur mobile.

La question de comment utiliser au mieux la puissance d'émission dans un scénario de transmission général, ou, autrement dit, quel est le précodeur optimal pour un scénario donné est traitée dans le chapitre 3. Dans ce chapitre, on propose deux critères pour l'obtention du précodeur optimal, ce qui nous mène à deux algorithmes itératifs. Le premier est basé sur la minimisation de la variance de la puissance reçue par le mobile. On montre qu'il existe un compromis entre la minimisation de la variance de la puissance reçue et le gain de directivité en puissance. On introduit alors un paramètre pour régler ce compromis. Néanmoins, il est difficile d'adapter ce compromis de façon automatique. Pour surmonter ce défi, on propose un deuxième critère basé directement sur la minimisation du TEB au niveau du récepteur mobile. L'algorithme ainsi obtenu (mBER-TD-DB) conduit toujours au meilleur compromis directivité *versus* diversité.

Dans le chapitre 4, on pose le problème multi-utilisateurs et on propose un critère et un algorithme pour trouver la solution optimale de ce critère, qui est une extension de la technique mBER-TD-DB. Dans un contexte multi-utilisateurs, le souci principal est la coexistence de plusieurs utilisateurs dans la même cellule au vu de l'interférence entre eux. Ainsi, la question qui se pose est comment utiliser au mieux la puissance d'émission en considérant l'antenne multi-capteurs pour servir le plus grand nombre possible d'utilisateurs, tout en respectant la qualité de lien demandée par chaque utilisateur. Cette question nous conduit, pour un nombre donné d'utilisateurs, à un critère basé sur la minimisation de la puissance totale d'émission sous des contraintes de TEB cible pour chaque utilisateur.

Enfin, le chapitre 5 conclut sur les études menées et indique quelques perspectives pour la suite des travaux.

2

Antenne multi-capteurs en émission

2.1 Introduction

Du point de vue physique, on peut dire que les deux principaux points faibles des systèmes de communication radio-mobiles sont que :

- les transmissions hertziennes ne sont pas des transmissions guidées comme dans le cas des transmissions filaires. Cette caractéristique implique, d’un côté, que la puissance d’émission n’est pas totalement reçue par l’utilisateur et, de l’autre côté, que la transmission vers un utilisateur risque de bruyter la réception d’un autre utilisateur.
- le canal radio-mobile est moins maîtrisable que le canal filaire, à cause de la nature même du canal hertzien, qui est composé des multiples trajets, et aux changements provenant du mouvement relatif entre émetteur et récepteur.

Le deuxième point peut être mieux compris si l’on s’intéresse au canal physique. Ce canal est formé par la somme de multiples trajets. Chacun de ces trajets est caractérisé par un affaiblissement, un retard et une phase relative. Ces paramètres sont souvent variables dans le temps à cause du mouvement relatif entre émetteur et récepteur et aussi du mouvement des réflecteurs qui composent le canal. Le canal équivalent provient de la somme de ces multiples trajets, ce qui provoque la variation de la puissance du signal reçu au cours du temps. Ce phénomène est connu sous le nom de *fading* (ou évanouissement, en français) et provient du fait que, selon les phases de chaque trajet, la contribution de plusieurs trajets peut être en phase et se sommer en puissance ou, au contraire, les phases peuvent être telles que la puissance reçue soit nulle ou très affaiblie. Dans ce dernier cas, on dit que le canal est dans une condition de fading profond. Dans la pratique, la performance des systèmes de

communication sans fil est fortement dégradée par la présence des fadings profonds. Combattre le fading est donc une des priorités dans le but d'améliorer la qualité des liens de communication sans fil.

Il est bien établi que l'utilisation d'une antenne multi-capteurs contribue à l'amélioration des deux points faibles cités ci-dessus [29, 52, 38]. Quant au premier point, l'antenne multi-capteurs peut diriger l'émission du signal de façon à profiter davantage de la puissance d'émission au niveau du récepteur. Cela se fait par l'utilisation de techniques de formation de voie. Le fading, par contre, peut être mitigé en exploitant la diversité spatiale du canal, introduite par l'antenne multi-capteurs à la station de base (SB). Cela se fait par l'émission de copies décorréélées du signal de façon qu'il soit peu probable que toutes ces copies soient en fading profond en même temps.

Ce chapitre présente les techniques de diversité de transmission et de formation de voie classiques, dans le but de mettre en évidence la dichotomie existant entre elles. À partir de cette observation, on propose un schéma de transmission basé sur l'introduction d'un précodeur entre la technique de diversité de transmission et l'antenne multi-capteurs. Cela nous mène au concept de capteurs virtuels, introduit dans la section 2.6.

La deuxième partie de ce chapitre traite le problème multi-utilisateurs. Dans ce cas, il n'est pas connu des techniques de diversité de transmission multi-utilisateurs, étant donné que ces techniques sont toujours étudiées dans un contexte mono-utilisateur dans la littérature. Ainsi, on s'intéresse aux techniques de formation de voie multi-utilisateurs et, plus particulièrement, à la technique DBPC et sa version simplifiée, originellement proposées pendant mes travaux de *master* [53]. Cependant, la démonstration de la convergence de la version simplifiée (F-DBPC) présentée dans la section 2.7.7.2 est une contribution de ces travaux de thèse. Une autre contribution originale est l'extension du schéma de transmission basé sur le précodeur au cas multi-utilisateurs et l'introduction du concept de capteurs virtuels dans ce contexte. On aboutit alors naturellement à l'exploitation de la diversité dans le contexte multi-utilisateurs.

2.2 Diversité de transmission *versus* formation de voie en émission

L'utilisation d'une antenne multi-capteurs dans les systèmes de communication mobile apporte à la fois du gain de diversité et du gain d'antenne [2, 3]. Cependant, les techniques existantes exploitent les deux gains de façon mutuellement exclusive en utilisant soit des stratégies de diversité de transmission soit des stratégies de formation de voie en émission. Les hypothèses de base des deux stratégies sont déjà contradictoires. Pour que l'antenne soit utilisée dans un schéma de diversité, on considère que les canaux vus par les capteurs sont décorrélés entre eux. Par contre, pour exploiter le gain d'antenne provenant de la formation de voie, on considère que les canaux vus par les capteurs présentent une certaine corrélation.

Or, dans la pratique, le canal physique entre la station de base (SB) et le mobile n'est jamais complètement corrélé ou complètement décorréolé. La corrélation dépend fortement de l'environnement radio-mobile et de la géométrie de l'antenne. Une façon d'influencer cette corrélation est de construire l'antenne multi-capteurs de façon à avoir une grande probabilité que les canaux soient corrélés ou décorréolés [44]. On peut donc faire la différence entre l'*antenne à diversité* et l'*antenne à formation de voie*. De façon générale, pour une antenne multi-capteurs linéaire à la SB, l'antenne à formation de voie utilise des capteurs proches – distance entre capteurs $d \leq \lambda_c/2$, où λ_c est la longueur d'onde de la porteuse – tandis que l'antenne à diversité utilise des capteurs éloignés – distance entre capteurs $d \gg \lambda_c/2$ et normalement $d > 10\lambda_c$.

Une autre différence entre ces techniques d'émission est que la formation de voie en émission nécessite des informations sur le canal descendant alors que la diversité de transmission peut être réalisée sans aucune information, de façon aveugle, ou avec des informations sur le canal descendant.

2.3 Stratégies de diversité de transmission (DT)

Les techniques de diversité de transmission ont pour but de combattre les fadings profonds. L'idée de base est d'exploiter la décorrélation du canal en émettant des copies du même signal, qui subiront des atténuations décorréolées. Il est très peu probable que toutes ces copies subissent un fading profond au même instant. De cette façon, la probabilité que le signal en réception ait subi un fading profond est énormément réduite et, quand c'est le cas, la durée du fading est aussi réduite. De plus, on a intérêt à faire en sorte que les copies véhiculées par des *chemins* décorréolés du canal soient elles-mêmes décorréolées. Ainsi, le récepteur peut combiner ces différentes copies et sommer les différents chemins en puissance, profitant ainsi au mieux de la puissance émise à tous les instants.

Les différents *chemins* du canal sont représentés par les différents modes décorréolés par lesquels on peut émettre et leur nombre est appelé ordre de diversité du canal. Les différents modes décorréolés peuvent être différenciés par leurs caractéristiques spatiales (direction d'arrivés) ou temporelles (différents retards) ou encore fréquentielles (différentes atténuations). On peut donc avoir décorrélation dans le domaine temporel, auquel cas cela s'appelle diversité temporelle. De façon équivalente, on peut s'intéresser à cette décorrélation dans le domaine fréquentiel, appelée diversité fréquentielle. Par contre, l'utilisation d'une antenne multi-capteurs introduit un nouveau domaine de traitement et, par conséquent, une nouvelle diversité exploitant le domaine spatial, appelée diversité spatiale. La diversité spatiale est un ajout très important aux systèmes radio-mobiles puisqu'elle permet d'avoir un ordre de diversité globale supérieur à un même dans le cas des canaux plat en fréquence et invariant dans le temps.

Dans le contexte des techniques de diversité spatiale en émission, on utilise un traitement avant l'émission par l'antenne multi-capteurs dans le but d'obtenir un

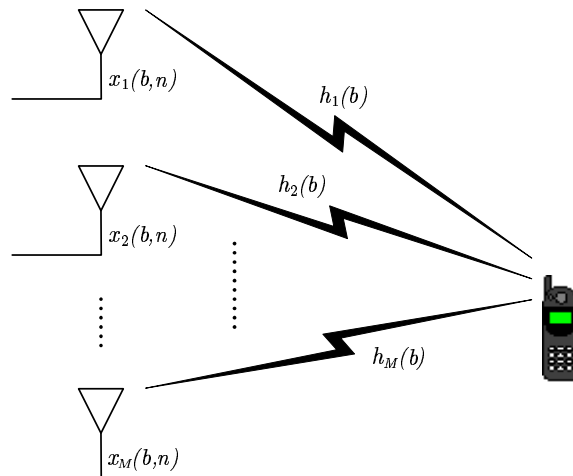


Fig. 2.1: Schéma classique de diversité de transmission : les canaux sont plats et décorrélés entre eux.

gain de diversité au niveau du récepteur mobile. Une autre façon de profiter de la diversité présente dans la voie descendante serait l'utilisation d'une antenne multi-capteurs non pas à la SB, mais au niveau du mobile. Dans ce cas, on aurait de la diversité de réception qu'apporte du gain d'antenne en plus du gain de diversité. Le gain d'antenne provient de la combinaison des différents capteurs pour obtenir le signal désiré, moyennant le bruit en réception et réduisant donc sa puissance. Comme ces différents capteurs (en réception) présentent des bruit décorrélés, on a un gain de M fois en rapport signal à bruit (RSB) pour une antenne à M capteurs.

Néanmoins, les performances des canaux radio-mobiles sont plus dégradées par le fading que par le bruit thermique. Ainsi, le gain de diversité est substantiellement supérieur au gain d'antenne. Par conséquent, on peut dire que l'exploitation de la diversité en émission à la SB ou en réception au terminal mobile apporte essentiellement le même gain au lien, c'est-à-dire, le gain de diversité. De plus, la diversité de transmission présente le grand avantage que le récepteur reste simple (un seul capteur), la complexité étant rapportée à la SB, qui possède beaucoup plus de ressources, à savoir puissance de calcul, alimentation, espace physique pour disposer les capteurs, etc.

La figure 2.1 montre le schéma classique de diversité de transmission, où les canaux liant chaque capteur à la SB et le terminal mobile sont décorrélés. Ces canaux sont non-sélectifs en fréquence et peuvent donc être caractérisés par un seul coefficient complexe $h_m(b)$, qui peut varier de bloc en bloc mais reste constant pendant la transmission d'un bloc. Le cas de canaux sélectifs en fréquence est moins étudié dans la littérature car ces canaux possèdent déjà de la diversité, qui peut être exploitée dans le domaine temporel ou fréquentiel. Les canaux plats, par contre, ne possèdent aucun type de diversité intrinsèque et ont besoin de l'utilisation d'une antenne multi-capteurs pour introduire de la diversité spatiale.

D'autre part, les systèmes modernes de transmission utilisent de plus en plus

l'OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplex*) dans le but de mieux exploiter la ressource disponible. L'utilisation de l'OFDM transforme le canal sélectif en fréquence en plusieurs canaux plats, ce qui montre l'intérêt d'étudier le cas des canaux plats. De plus, une hypothèse de base des systèmes OFDM est que le canal reste constant pendant la durée d'un symbole OFDM, ce qui correspondrait à un bloc selon notre notation.

La décorrélation des canaux $h_m(b)$ dépend du canal physique et de l'antenne multi-capteurs à la SB. La corrélation des canaux entre deux capteurs est inversement proportionnelle à l'espacement entre capteurs et aussi inversement proportionnel à l'étalement angulaire des trajets qui forment le canal, comme montre [35]. Ainsi, la condition de décorrélation des canaux $h_m(b)$ peut être atteinte avec un espacement suffisant entre capteurs pour un étalement angulaire donné. Par exemple, dans le cas d'un seul trajet dans la direction 0° (perpendiculaire à l'antenne), il est montré dans [35] que pour avoir une corrélation normalisée ρ inférieure à 0,7 (pour obtenir un gain de diversité acceptable, on doit avoir $\rho < 0,7$, d'après [28]), l'espacement entre capteurs doit être de 0,5, 0,8, 1,8 et 8,5 longueurs d'onde pour un étalement angulaire de 20° , 10° , 5° et 1° , respectivement. En pratique, les schémas de diversité utilisent un espacement de l'ordre d'une dizaine de longueurs d'onde pour garantir une faible corrélation quelque soit la condition de propagation.

Parmi les techniques de diversité de transmission proposées dans la littérature, on peut identifier deux groupes : celles qui reposent sur la connaissance du canal descendant, appelées diversité de transmission en boucle fermée (ou avec voie de retour), et d'autres qui n'exigent pas la connaissance du canal descendant, appelées diversité de transmission en boucle ouverte (ou sans voie de retour).

2.3.1 Diversité de transmission en boucle ouverte

Les techniques de diversité en boucle ouverte n'utilisent aucune information des caractéristiques spatiales ou temporelles du canal descendant. Ces techniques sont basées sur l'idée que chaque capteur émet une copie décorrélée du signal d'intérêt. Le terminal mobile combine alors ces différentes versions du signal selon un critère particulier pour profiter de la diversité spatiale du canal. Ces techniques exigent que les capteurs soient décorrélés pour que le gain de diversité apporté soit maximal. Dans la suite, on présente deux exemples de ces techniques.

Delay Transmit Diversity (DTD) [41, 42] – schéma simple dans lequel le capteur m émet une copie du signal émis par le capteur $m - 1$ retardé d'un temps symbole. Cette technique demande un égaliseur au niveau du terminal mobile. Il est connu [36] que l'utilisation d'un égaliseur introduit une perte par rapport au filtre adapté. Même le récepteur optimal MLSE (*Maximum Likelihood Sequence Estimation*) présente une dégradation en fonction de la longueur du canal [36], pour des canaux de longueur supérieure à 2. Par contre, il est montré dans [51] que l'utilisation de la DTD avec un égaliseur MLSE mène aux mêmes

performances que l'utilisation d'un filtre adapté avec diversité de réception. Cela s'explique par le fait que les canaux pour lesquels le MLSE présente une dégradation par rapport au filtre adapté sont des canaux qui ont une transmittance équivalente $\sum_{m=1}^M |h_m(b)|^2$ élevée. Alors, même avec une dégradation, la performance du MLSE pour ces canaux reste dans le même niveau que pour les autres canaux avec transmittance équivalente plus faible, qui présentent aussi moins de dégradation. Finalement, la performance globale est équivalente à celle du filtre adapté.

Space-Time Block Codes (STBC) [46] – utilise une matrice de codage pour combiner M symboles en M flux de symboles codés. Chaque flux est transmis par un capteur et subit un fading différent. Le récepteur combine ainsi le signal reçu de façon à retrouver les symboles émis et profite de la diversité du canal. Le code le plus connu est le code d'Alamouti [1], qui est un code orthogonal 2×2 et possède un rendement 1, i.e., ne mène à aucune perte de débit. Cependant, il est prouvé dans [45] qu'Alamouti est un point singulier et que, pour $M > 2$ et des symboles complexes, il n'existe pas de code orthogonal à rendement 1. De plus, les auteurs prouvent que, dans ces conditions, il existe au moins des codes orthogonaux à rendement 0,5. Néanmoins, pour $M = 3$ et $M = 4$, les auteurs arrivent à des codes orthogonaux à rendement 3/4.

Il est important d'observer que ces deux techniques (DTD et STBC) atteignent *full diversity* (diversité maximale) [34, 51]. Cela veut dire que le récepteur est capable de récupérer la puissance de toutes les copies, i.e., la puissance reçue est donnée par la puissance d'émission multipliée par la somme en puissance des coefficients du canal $\sum_{m=1}^M |h_m(b)|^2$.

2.3.2 Diversité de transmission en boucle fermée

Les techniques de diversité de transmission en boucle fermée sont basées sur l'estimation de certaines caractéristiques du canal descendant par le terminal mobile, qui renvoie ces informations à la SB par le moyen d'une voie de retour. Le type d'information renvoyée à la SB varie d'une technique à l'autre, e.g. la réponse impulsionnelle du canal descendant, la matrice de covariance du canal descendant ou le capteur avec le plus grand RSB. La SB utilise donc cette information pour réaliser la diversité de transmission. Dans la suite, on présente quelques unes de ces techniques, mais nous n'avons aucunement l'intention de faire une révision exhaustive de toutes les techniques existantes.

Selective Transmit Diversity (STD) [12] – dans cette technique, le mobile estime la transmittance de chaque canal $h_m(b)$ et renvoie à la SB le numéro du capteur qui possède la plus grande transmittance. La SB utilise donc ce seul capteur pour émettre. Le but est de pouvoir suivre les variations du fading de chaque canal $h_m(b)$ de façon à profiter toujours de celui qui est dans la meilleure

condition. Pour que cette technique mène à une réduction significative du fading, les canaux entre capteurs doivent être le plus décorrélés possible et la voie de retour doit être suffisamment rapide pour pouvoir suivre les variations du canal. Ainsi, la probabilité qu'au moins un canal soit dans une bonne condition est augmentée.

Transmit Adaptive Array (TxAA) [37] – dans ce schéma, le mobile estime tous les coefficients $h_m(b)$, calcule le filtre purement spatial qui maximise la puissance reçue par le mobile et renvoie à la SB une version quantifiée de ce filtre optimum. Le filtre optimum au sens de la maximisation de la puissance reçue est le filtre adapté au canal. L'avantage de cette technique est que la SB peut compenser les phases du canal descendant, annulant complètement le fading. Autrement dit, cette technique permet de sommer les coefficients $h_m(b)$ en puissance de façon à récupérer toute la puissance de signal présente dans le canal, i.e. le canal équivalent vaut $\tilde{h}(b) = \sqrt{\sum_{m=1}^M |h_m(b)|^2}$. Cette technique est équivalente à la formation de voie classique (filtre spatial adapté en émission) réalisée de façon instantanée et, dans la littérature, elle est considérée abusivement comme une technique de diversité.

L'utilisation d'une voie de retour a, cependant, quelques limitations. D'abord, la SB doit envoyer une séquence pilote par chaque antenne pour que le mobile soit capable d'estimer chaque lien. Cela réduit le débit de la voie descendante, ce qui va à l'encontre du but recherché, à savoir l'augmentation de débit, surtout de la voie descendante. La voie de retour mène aussi à une perte de débit pour la voie montante, qui doit renvoyer l'information relative au canal à la SB. Néanmoins, il y a un inconvénient majeur dans l'utilisation d'une voie de retour, à savoir le retard entre l'estimation du canal par le mobile et son utilisation par la SB. Ce retard rend l'approche reposant sur la voie de retour peu robuste en pratique car il est bien probable que l'estimation de canal soit obsolète au moment où la SB utilise les informations reçues par la voie de retour pour émettre. En effet, il suffit du déplacement d'une fraction de longueur d'onde pour que les phases des canaux changent de manière significative, ce qui mène à une condition de fading complètement différente. Ainsi, il est montré dans [49] que la diversité de transmission en boucle fermée n'est meilleure que la diversité de transmission en boucle ouverte que lorsque la vitesse du mobile est faible.

Les techniques de diversité spatiale classiques exigent que les capteurs soient suffisamment éloignés de façon que leur corrélation soit négligeable. Cela a comme effet une radiation omni-directionnelle de la puissance, une fois que ces techniques n'essaient pas de maximiser la puissance reçue par l'utilisateur d'intérêt et ne tiennent pas compte de l'interférence générée par le signal émis vers d'autres cellules ou d'autres utilisateurs. D'autre part, la formation de voie en émission prend en compte les interférences générées et de la concentration de la puissance vers l'utilisateur d'intérêt.

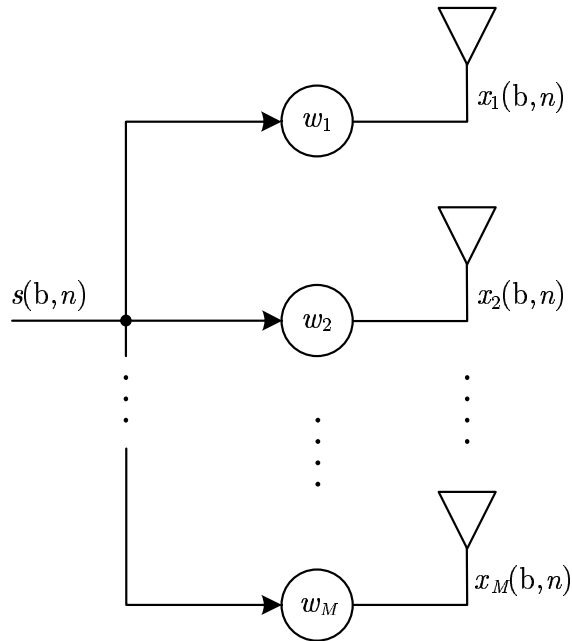


Fig. 2.2: Traitement purement spatial en émission, utilisé par les techniques de formation de voie en émission.

2.4 Stratégies de formation de voie (FV) en émission

Le fait de vouloir utiliser l'antenne multi-capteurs pour réaliser de la formation de voie présuppose, en outre, qu'il existe des directions de propagation privilégiées dans le canal. Le but de la formation de voie est donc de focaliser la puissance du signal utile dans ces directions privilégiées de façon à ce que le terminal mobile reçoive la plus grande partie de la puissance émise et que les autres terminaux soient bruités le moins possible par cette émission. Ces directions de propagation privilégiées peuvent être des directions physiques, c'est-à-dire, des angles mesurés à partir d'une référence située au niveau de l'antenne. Par contre, ces directions peuvent être des directions dans un espace transformé des signaux capteurs.

Les techniques de formation de voie considèrent une forte corrélation entre capteurs. Ce qui normalement implique des capteurs proches. On suppose encore que la fréquence de la porteuse est très supérieure à la bande utilisée pour la transmission, c'est-à-dire, que les signaux traités sont à bande étroite. L'hypothèse bande étroite signifie que les différents canaux portent le même symbole.

Dans cette section, on décrit les techniques de formation de voie en émission respectant les hypothèses énoncées ci-dessus et ayant comme but de focaliser la puissance d'émission dans la direction du mobile d'intérêt et/ou de minimiser la pollution générée vers les autres mobiles. Ces techniques sont basées sur l'utilisation d'un filtre purement spatial à l'émission, comme le montre la figure 2.2.

Parmi les techniques de formation de voie en émission, on peut distinguer deux approches :

- **Émission dirigée** – dans cette approche, l’objectif est de focaliser le plus possible la puissance d’émission vers le mobile d’intérêt. De cette façon, la puissance d’émission est utilisée au mieux possible pour communiquer avec le mobile. C’est une approche mono-utilisateur.
- **Réduction de la pollution** – cette approche multi-utilisateurs considère aussi la présence des autres utilisateurs dans le réseau et, outre la focalisation de la puissance d’émission vers le mobile d’intérêt, elle essaye aussi de minimiser la pollution générée vers tous les autres mobiles et vers l’environnement de façon globale.

Les stratégies de formation de voie en émission ont besoin de connaître des informations sur le canal descendant pour pouvoir soit diriger l’émission vers l’utilisateur d’intérêt soit éviter de polluer les autres utilisateurs. Quant aux informations nécessaires à la SB pour réaliser la formation de voie, on peut classer les stratégies en deux groupes :

- Stratégies basées sur la **Direction d’arrivée**, *Direction of Arrival* (DOA) en anglais : ces stratégies utilisent directement les DOA des mobiles à la SB pour conformer le diagramme d’émission. Le principal inconvénient de ces stratégies est que l’estimation de DOA est une tâche coûteuse en temps de calcul et peu robuste.
- Stratégies basées sur la **Matrice de covariance spatiale** (MCS) : ces stratégies utilisent les matrices de covariance du canal descendant pour conformer le diagramme d’émission à la SB. Les MCS contiennent les informations sur les directions des mobiles de façon implicite. Mais elles contiennent aussi d’autres informations sur la propagation, comme, par exemple, l’atténuation moyenne de chaque trajet.

Par la suite, on ne considère que les stratégies basées sur la MCS, vu que les techniques d’estimation de DOA sont complexes et peu robustes, outre le fait que la MCS contient plus d’information sur le canal physique de propagation que le DOA.

Quelque soit la stratégie utilisée, la SB doit avoir des informations sur le canal descendant avant d’émettre, ce qui est un point délicat des techniques de formation de voie en émission. Les seules façons pour la SB d’avoir ces informations est l’existence d’une voie de retour ou l’estimation de ces informations à partir de la voie montante. Dans la suite, on détaille ces deux solutions.

2.4.1 Formation de voie avec voie de retour

L’idée d’utiliser une voie de retour pour réaliser la formation de voie en émission remonte à [17]. La technique proposée en [17] consiste en trois étapes : l’émission de signaux pilotes par chaque capteur à la SB, l’estimation du canal descendant par le

mobile et le renvoi de ces informations à la SB, en utilisant la voie montante. La SB utilise alors ces informations pour calculer les coefficients du filtre purement spatial en émission dans un contexte multi-utilisateurs.

Les inconvénients de l'utilisation d'une voie de retour pour la formation de voie sont les mêmes que pour la diversité de transmission, à savoir réduction du débit utilisé aussi bien en voie montante qu'en voie descendante et, surtout, le retard entre l'estimation et l'utilisation du canal descendant. Ce retard rend les estimations du canal descendant inutilisables à la SB en conditions non-stationnaires.

Dans le but de réduire le débit nécessaire pour la voie de retour, il est proposé dans [18] une technique de formation de voie multi-utilisateurs basée sur la MCS du canal descendant et non plus sur la réponse spatiale instantanée du canal descendant. L'auteur revendique que cela réduit le débit de la voie de retour de 10 à 1.000 fois. Cependant, il reste toujours l'inconvénient de la réduction du débit utile dans le sens descendant, ce qui a motivé la recherche des techniques d'estimation des informations de la voie descendante à partir de la voie montante, comme décrit dans la section suivante.

2.4.2 Formation de voie sans voie de retour

Étant donné les problèmes intrinsèques de l'utilisation d'une voie de retour, d'autres techniques ont été proposées dans la littérature pour estimer les informations du canal descendant à partir de la voie montante. On peut distinguer deux cas de figure, celui où la transmission se fait dans le mode TDD (*Time Division Duplex*) et l'autre dans le mode FDD (*Frequency Division Duplex*).

Traitons d'abord le mode TDD. Dans ce mode, le duplexage se fait dans le temps, c'est-à-dire, aussi bien la voie montante que la voie descendante utilisent la même fréquence, mais la transmission dans chaque sens se fait à tour de rôle. Par conséquent, comme les canaux montant et descendant sont réciproques, on peut utiliser l'estimation du canal montant comme une estimation du canal descendant. De plus, comme les deux liens utilisent la même fréquence porteuse, les phases sont conservées et l'on peut avoir accès à la réponse spatiale du canal descendant. Cela nous permet d'utiliser des techniques pour combattre le fading, comme par exemple TxAA, puisque les phases du canal sont connues. Par contre, comme montre [4], même pour des petites vitesses le temps de duplex est supérieur au temps de cohérence du canal. C'est-à-dire que le temps entre l'estimation du canal en voie montante et l'utilisation du canal en voie descendante est suffisant pour que les phases aient changées de façon significative.

La solution est encore une fois d'utiliser les caractéristiques statistiques du canal à l'ordre 2 au lieu de celles instantanées à l'ordre 1, c'est-à-dire, l'utilisation de la MCS au lieu de la réponse spatiale instantanée du canal descendant. Ainsi, la MCS du canal descendant est égale à celle du canal montant et peut être estimée à partir de la voie montante.

Le mode FDD présente une difficulté en plus. Dans ce mode le duplex se fait en fréquence et, normalement, la séparation en fréquence des voies montante et descendante est supérieure à la fréquence de cohérence. Alors, l'approche instantanée basée sur la réponse spatiale du canal descendant n'est pas applicable et on doit utiliser les techniques basées sur la MCS du canal descendant. Mais il reste un problème supplémentaire. Comme les fréquences de la voie montante et de la voie descendante sont différentes, la réponse de l'antenne multi-capteurs est différente pour chaque voie. Cela implique que la MCS du canal montant et la MCS du canal descendant sont différentes. Cependant, elles partagent les mêmes trajets physiques et l'on peut donc transposer la MCS du canal montant pour obtenir la MCS du canal descendant. Parmi les techniques existantes pour faire cette transposition, on peut citer :

- **Estimation de DOA** [7, 55] – cette technique utilise la MCS de la voie montante pour estimer les DOA θ_t et les transmittances γ_t de chaque trajet du canal. Ces informations peuvent être utilisées directement pour réaliser la conformation de diagramme d'émission ou encore pour fabriquer une estimation de la MCS du canal descendant [7]. Le principal inconvénient de cette technique est que normalement les trajets ne sont pas concentrés dans le domaine angulaire, mais ils présentent une dispersion, appelée étalement angulaire. Dans [55], il est proposé une extension de cette technique en considérant l'étalement angulaire des trajets. La construction de la MCS du canal descendant est faite à partir des estimations de DOA, de la transmittance et aussi de l'étalement angulaire de chaque trajet.
- **Transposition en fréquence** [7, 6, 5, 31] – cette technique se base sur le fait que la MCS du canal montant et celle du canal descendant ne diffèrent que par les vecteurs directionnels. La transposition en fréquence est faite en transformant le vecteur directionnel (à la fréquence de la voie montante) à son équivalent à la voie descendante. L'existence d'une telle transformation est liée à la théorie d'échantillonnage dans le domaine spatial, comme montre [5]. Il est également proposé dans [5], d'utiliser une transformation linéaire qui minimise l'erreur quadratique moyenne entre le vecteur directionnel de la voie descendante et son estimation à partir de la voie montante.

Même si l'erreur entre la vraie MCS du canal descendant et son estimation par transposition en fréquence est très faible, la transposition modifie la structure de la matrice de covariance. Par exemple, pour une antenne linéaire, la transposition mène à une matrice qui ne possède plus une structure Toeplitz [25]. De cette façon, l'utilisation de la MCS transposée déplace les zéros du diagramme de radiation par rapport à la vraie MCS du canal descendant. Par conséquent, les stratégies de formation de voie qui utilisent ces zéros pour la réduction de la pollution sont affectées par cette transposition.

- **Méthode APS (*Azimuthal Power Spectrum*)** [26, 25] – basée sur le *Capon's beamformer* [10], cette technique consiste à estimer le *spectre de puissance azimuthal* en utilisant la MCS du canal montant et à réaliser l'opération inverse, cette fois-ci à la fréquence de la voie descendante, pour obtenir la MCS du canal

descendant. Voir [26] pour une description plus détaillée de cette technique.

- **Méthode basée sur la transformée de Fourier** [22] – l'idée de base de cette technique est l'expansion en série de Fourier de la MCS du canal montant et descendant, de sorte que les coefficients de la série de Fourier sont calculés à partir de la MCS du canal montant et sont utilisés pour fabriquer la MCS du canal descendant. Un inconvénient de cette technique est que la qualité de la transposition dépend de la distance de chaque élément de la MCS à la diagonale [27]. En conséquence, pour une antenne linéaire, les éléments plus proches de la diagonale seront bien transposés tandis que ceux qui se trouvent plus éloignés de la diagonale montreront d'avantage de discordance par rapport à la valeur attendue, aussi bien en module qu'en phase.

Étant donné que le sujet principal de cette thèse n'est pas la transposition des matrices MCS, par la suite on considère que la MCS du canal descendant est connue à la SB. On présente, dans la suite, les techniques de formation de voie mono-utilisateur et multi-utilisateurs.

2.5 Techniques de FV mono-utilisateur

Le but ultime du traitement de signal appliqué aux systèmes de communication numériques est la réduction du Taux d'Erreur Bit (TEB) pour une puissance d'émission fixée ou, de façon analogue, la diminution de la puissance d'émission pour un TEB fixé. Étant donné que l'obtention du TEB passe par une fonction non-linéaire dont la manipulation mathématique reste assez complexe, on peut alternativement utiliser le RSB comme critère, vu qu'il y a une relation entre le RSB et le TEB. Le but du traitement d'antenne se traduit alors comme la maximisation du RSB à puissance d'émission fixée ou la minimisation de la puissance d'émission à RSB fixé.

2.5.1 Modèle de signal

On considère la voie descendante d'une cellule d'un système de communication radio-mobile. La SB est équipée avec une antenne à M capteurs et l'utilisateur mobile (UM) à un seul capteur. Ici, on ne considère la transmission que vers un utilisateur, en supposant que la technique d'accès multiple employée assure qu'il n'y a pas d'interférence entre utilisateurs, i.e., interférence co-canal. D'autre part, on considère que le signal est émis par blocs de taille N_B , de façon que la variation du canal pendant un bloc soit négligeable. Par contre, le canal peut varier d'un bloc à l'autre, ce qui caractérise un canal fading par bloc (*block-fading channel*, en anglais). Ce modèle est suffisamment général pour représenter la plupart des cas pratiques. Pour cela, il suffit de jouer sur la taille des blocs et sur le type de variation du canal d'un bloc à l'autre. De plus, ce modèle est bien adapté à la transmission par paquets, ce qui semble être une tendance pour la quatrième génération (4G) des systèmes de communication radio-mobiles [15].

À partir des figures 2.1 et 2.2, on peut écrire le modèle mono-utilisateur entre le signal émis $s(b, n)$ et le signal reçu par l'utilisateur $y(b, n)$, où b représente l'indice du bloc et n l'indice temporel à l'intérieur d'un bloc. Ici on suppose que le canal de transmission est plat en fréquence, ce qui veut dire que le lien entre chaque capteur de l'antenne à la SB et l'antenne du mobile est représenté par un **coefficient complexe** $h_m(b)$. On traite le cas des canaux sélectifs en fréquence dans la section 3.5.1.

Le signal en sortie du m -ième capteur est donné par

$$x_m(b, n) = w_m^* s(b, n) , \quad (2.1)$$

où w_m sont les coefficients du filtre purement spatial responsable de la formation de voie en émission. Le signal reçu par le mobile, après le canal, s'exprime alors comme

$$y(b, n) = \sum_{m=1}^M h_m(b) x_m(b, n) + \nu(b, n) , \quad (2.2)$$

où $h_m(b)$ est le coefficient complexe qui lie le capteur m à l'antenne de l'UM et $\nu(b, n)$ est l'échantillon de bruit additif gaussien présent à l'antenne de l'UM.

En combinant (2.1) et (2.2), on peut écrire le signal reçu par le mobile comme

$$y(b, n) = \left(\sum_{m=1}^M w_m^* h_m(b) \right) s(b, n) + \nu(b, n) , \quad (2.3)$$

où la quantité entre parenthèses est le gain du canal équivalent entre la SB et l'UM. Cette quantité peut être exprimée sous forme vectorielle comme un produit scalaire. Ce qui nous amène à

$$y(b, n) = \mathbf{w}^H \mathbf{h}(b) s(b, n) + \nu(b, n) , \quad (2.4)$$

avec les vecteurs colonnes \mathbf{w} et $\mathbf{h}(b)$ définis comme $\mathbf{w} = [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_M]^T$ et $\mathbf{h}(b) = [h_1(b) \ h_2(b) \ \dots \ h_M(b)]^T$. On considère que le filtre \mathbf{w} est normalisé, i.e., $\|\mathbf{w}\| = 1$.

En remarquant que le premier terme de l'équation (2.4) correspond au signal utile et que le deuxième terme correspond au bruit, on peut écrire la puissance moyenne du signal utile reçue par l'UM pendant le bloc b comme

$$\begin{aligned} P(b) &= \mathbb{E} \left\{ \mathbf{w}^H \mathbf{h}(b) s(b, n) s^*(b, n) \mathbf{h}(b)^H \mathbf{w} \right\} \\ &= \mathbf{w}^H \mathbf{h}(b) \mathbb{E} \left\{ s(b, n) s^*(b, n) \right\} \mathbf{h}(b)^H \mathbf{w} . \end{aligned} \quad (2.5)$$

Supposons maintenant, sans perte de généralité, que les symboles $s(b, n)$ possèdent une puissance P_{TX} . Ainsi, $\mathbb{E} \left\{ s(b, n) s^*(b, n) \right\} = P_{\text{TX}}$ et l'équation (2.5) devient

$$P(b) = P_{\text{TX}} \mathbf{w}^H \mathbf{h}(b) \mathbf{h}(b)^H \mathbf{w} = P_{\text{TX}} \mathbf{w}^H \mathbf{R}(b) \mathbf{w} , \quad (2.6)$$

où $\mathbf{R}(b)$ est la matrice de covariance spatiale (MCS) instantanée du canal descendant, donnée par $\mathbf{R}(b) = \mathbf{h}(b)\mathbf{h}(b)^H$. On l'appelle instantanée parce qu'elle ne tient compte que du canal spatial au bloc b . On remarque que, pour chaque bloc b , le canal $\mathbf{h}(b)$ peut être dans une condition différente, c'est-à-dire qu'il peut présenter une condition de fading profond ou une condition très favorable à la transmission. Par conséquent, la puissance de signal utile reçue par le mobile peut aussi varier d'un bloc à l'autre.

Le RSB vu par le mobile au bloc b est donc donné par

$$\text{RSB}(b) = \gamma(b) = P_{\text{TX}} \frac{\mathbf{w}^H \mathbf{R}(b) \mathbf{w}}{\sigma_v^2}, \quad (2.7)$$

où σ_v^2 est la puissance du bruit $\nu(b, n)$, supposé stationnaire. Cela est une caractéristique du cas mono-utilisateur. Dans ce cas, le bruit est composé seulement par le bruit thermique, ce qui n'est plus valable dans le cas multi-utilisateurs quand le bruit est constitué aussi de l'interférence multi-utilisateurs. Le cas multi-utilisateurs est présenté dans la section 2.7.1.1.

2.5.2 Maximisation du RSB

Considérons le RSB instantané donné par l'équation (2.7). On peut donc énoncer le critère de maximisation du RSB (moyen) à puissance fixée comme

$$\begin{aligned} \max \quad \text{RSB} = \gamma &= \text{E} \left\{ \gamma(b) \right\} = P_{\text{TX}} \frac{\mathbf{w}^H \text{E} \left\{ \mathbf{R}(b) \right\} \mathbf{w}}{\sigma_v^2}, \\ \text{s.c.} \quad \|\mathbf{w}\| &= 1 \end{aligned} \quad (2.8)$$

où P_{TX} est la puissance d'émission et l'espérance porte sur les différents blocs b puisque le canal varie d'un bloc à l'autre, ce qui fait varier le RSB d'un bloc à l'autre. Par la suite, on appellera la matrice de covariance spatiale (moyenne) \mathbf{R} , donnée par

$$\mathbf{R} = \text{E} \left\{ \mathbf{R}(b) \right\}. \quad (2.9)$$

En introduisant le multiplicateur de Lagrange λ , on obtient la fonction coût suivante à maximiser

$$J_{\text{RSB-mono}} = P_{\text{TX}} \frac{\mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w}}{\sigma_v^2} - \lambda (\mathbf{w}^H \mathbf{w} - 1). \quad (2.10)$$

Pour trouver l'optimum de (2.10), on annule d'abord sa dérivé par rapport au vecteur \mathbf{w}

$$\frac{\partial J_{\text{RSB-mono}}}{\partial \mathbf{w}} = \frac{P_{\text{TX}}}{\sigma_v^2} \mathbf{R} \mathbf{w} - \lambda \mathbf{w} = 0. \quad (2.11)$$

L'équation (2.11) montre que le filtre optimal \mathbf{w}_{opt} est vecteur propre de $\frac{P_{\text{TX}}}{\sigma_v^2} \mathbf{R}$ et la valeur propre correspondante vaut λ . Néanmoins, il faut encore savoir quel vecteur

propre choisir parmi tous les vecteurs propres possibles. Pour cela, on multiplie (2.11) à gauche par \mathbf{w}^H et on aboutit à

$$\lambda = P_{\text{TX}} \frac{\mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w}}{\sigma_v^2 \|\mathbf{w}\|^2} = \frac{P_{\text{TX}}}{\sigma_v^2} \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} = \gamma . \quad (2.12)$$

On observe donc que λ représente le RSB, que l'on veut maximiser. Alors, on doit choisir le vecteur propre correspondant à la plus grande valeur propre de façon à maximiser γ . Finalement, la valeur maximale du RSB est

$$\text{RSB}_{\text{max}} = P_{\text{TX}} \frac{\mathbf{w}_{\text{opt}}^H \mathbf{R} \mathbf{w}_{\text{opt}}}{\sigma_v^2} , \quad (2.13)$$

où \mathbf{w}_{opt} est vecteur propre de \mathbf{R} , correspondant à la valeur propre maximale λ_{max} . Par ailleurs, \mathbf{w}_{opt} est normalisé à 1, de façon à respecter la contrainte.

2.5.3 Inconvénient

Dans un contexte radio-mobilité, en raison de l'existence des fadings, la formation de voie selon le critère de la maximisation du RSB a l'inconvénient de ne s'intéresser qu'à des quantités moyennes (puissance de signal et puissance de bruit) et non pas aux variations temporelles de ces quantités. Cela vient du fait que l'on utilise la matrice de covariance \mathbf{R} qui traduit le comportement moyen du canal, c'est-à-dire, son comportement en puissance, ne contenant pas d'information sur la variation de la puissance instantanée $P(b)$. Alors que le TEB est extrêmement sensible aux variations de puissance. Cela vient de la relation entre le RSB et le TEB, donné par $\text{TEB} = Q\left(\sqrt{\text{RSB}}\right)$, la fonction $Q(\cdot)$ étant non-linéaire et, plus particulièrement, convexe.

Par exemple, supposons que la puissance (et donc le RSB) moyenne est telle que le TEB serait de 10^{-3} dans le cas où la puissance instantanée $P(b)$ serait constante et égale à la puissance moyenne. Il suffit que la puissance instantanée varie un peu autour de la moyenne pour qu'il arrive des périodes où la puissance instantanée est inférieure à la moyenne. Pendant ces périodes, le TEB instantané sera bien au-dessus de 10^{-3} , ce qui aura pour effet de remonter considérablement le TEB moyen puisque les mauvais TEB vont dominer la moyenne. De plus, la dégradation résultante est fortement dépendante de la distribution particulière de la puissance.

2.5.4 Interprétation physique

Dans le but de mieux comprendre le fonctionnement de la formation de voie basée sur la maximisation du RSB, prenons un exemple simple. Supposons que le canal qui lie la SB et le terminal mobile est composé de trajets discrets, c'est-à-dire, que la propagation se fait à travers des directions bien précises à partir de la SB. Supposons en plus, sans perte de généralité, que le nombre de trajets est égal

au nombre de capteurs. La solution maximisant le RSB consiste à émettre dans la direction de tous les trajets avec des gains particuliers à chaque configuration de canal. Cette configuration est donnée par l'angle et l'atténuation de chaque trajet. Il est important de retenir que la maximisation du RSB mène à l'utilisation de tous les trajets existants pour émettre, le niveau de puissance émise dans la direction de chacun des trajets étant fonction de chaque canal en particulier.

Dans un environnement radio-mobile, en dépit du fait que chacun de ces trajets présente une atténuation moyenne, le gain instantané du trajet est un coefficient complexe qui varie de bloc en bloc. La loi de variation de ces coefficients dépend de l'environnement et des caractéristiques de la transmission. Cependant, dans tous les cas, on peut considérer que le coefficient de chaque trajet varie de façon indépendante et que la variation de phase de chaque trajet est assez rapide en fonction du déplacement relatif entre le mobile et la SB. Ces variations des coefficients sont à l'origine du fading.

La formation de voie au sens de la maximisation du RSB, en utilisant un filtre purement spatial pour émettre, ne peut pas combattre le fading car la diversité spatiale du canal n'est pas mise à profit par cette technique. Cela nous a conduit à l'idée d'utiliser plusieurs filtres purement spatiaux de façon à créer des capteurs virtuels décorrélés, de manière à exploiter la diversité du canal par une technique de diversité de transmission quelconque. Cette idée sera plus détaillée et explorée dans la section suivante.

2.6 Allier la DT à la FV – le concept de capteurs virtuels

Dans la section précédente on a présenté la formation de voie basée sur la maximisation du RSB appliquée à un filtre purement spatial. En ce qui concerne la diversité, on a vu que cette technique ne permet pas de profiter de la diversité spatiale présente dans le canal multi-trajets.

Dans le but d'allier la diversité de transmission à la formation de voie, on propose l'utilisation d'un précodeur au lieu d'un filtre purement spatial. Ce précodeur peut être vu comme une extension du filtre purement spatial. L'idée de base est l'utilisation de plusieurs filtres purement spatiaux pour réaliser la formation de voie en émission, dont chaque entrée est considérée comme un *capteur virtuel*. L'antenne multi-capteurs virtuelle est alors exploitée par une technique de diversité de transmission pour profiter de la diversité spatiale créée par les différents filtres spatiaux. À défaut d'un autre terme, chacun de ces filtres purement spatiaux sera dénommé une *couche* du précodeur.

La figure 2.3 montre le schéma proposé, composé par un précodeur ω et une technique de diversité de transmission. Le précodeur est formé par L couches $\mathbf{w}(l)$ et il transforme les M capteurs réels en L capteurs virtuels. Quant à la technique

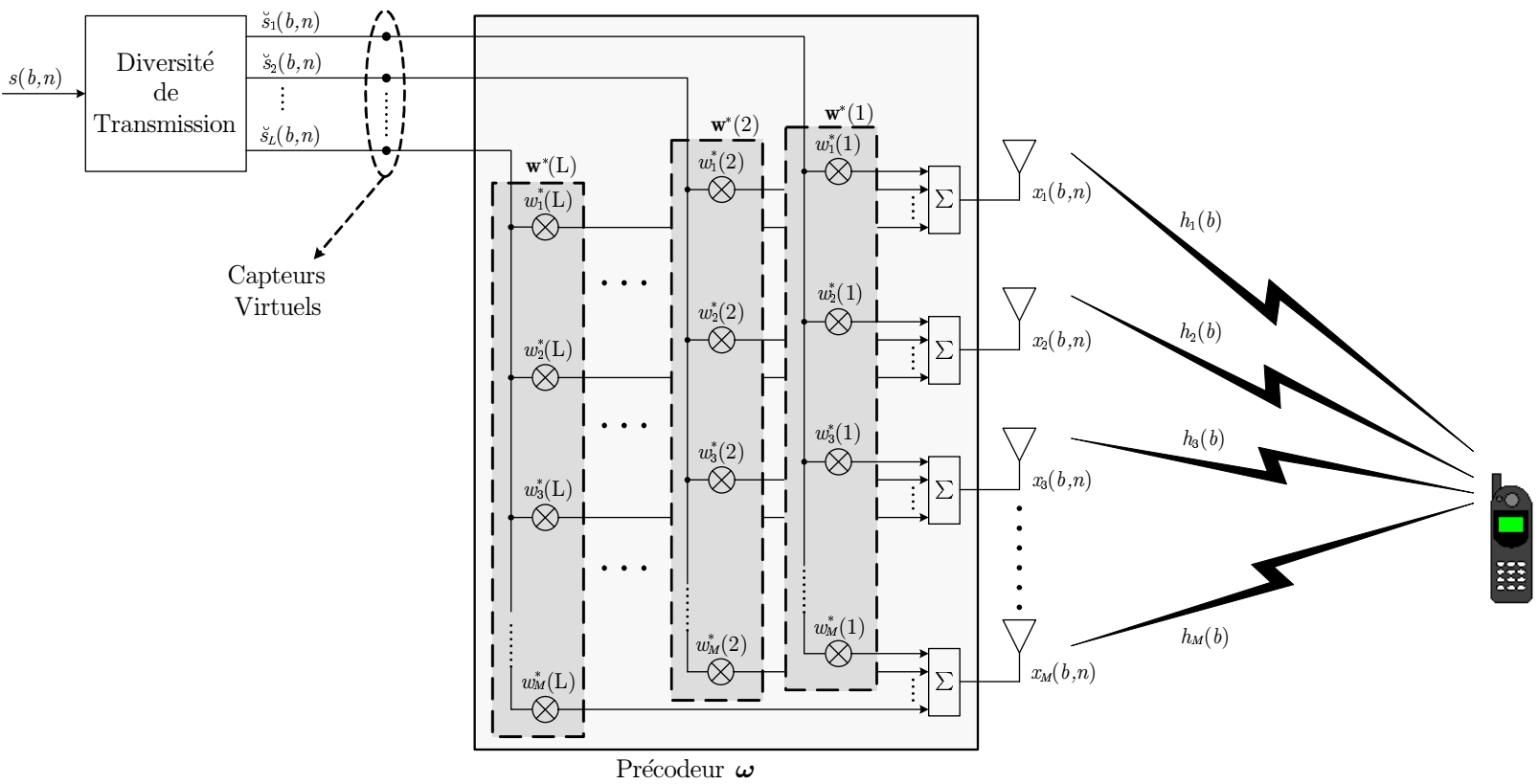


Fig. 2.3: Schéma de transmission : précodateur ω appliqué à l'antenne multi-capteurs à la SB et diversité de transmission appliquée aux capteurs virtuels.

de diversité de transmission, elle transforme le signal $s(b, n)$ à émettre en L signaux « codés » $\check{s}_1(b, n)$ à $\check{s}_L(b, n)$ qui seront émis en utilisant les L capteurs virtuels. Les signaux virtuels $\check{s}_1(b, n)$ à $\check{s}_L(b, n)$ sont obtenus à partir du signal $s(b, n)$ d'une façon particulière selon la technique de diversité de transmission employée, par exemple, DTD (*Delay Transmit Diversity*), STBC (*Space-Time Block Codes*) ou Alamouti.

Pour mieux comprendre la fonction du précodeur, considérons deux cas extrêmes, à savoir un précodeur diagonal et un précodeur composé d'une seule couche. Le précodeur diagonal a seulement les éléments $w_i(l)$ différents de zéro. Ainsi, chaque capteur virtuel est lié à un seul capteur réel et le précodeur agit comme des simples gains sur les signaux virtuels $\check{s}_i(b, n)$ avant de les émettre. Ce cas correspond à une solution de diversité pure. L'autre cas, par contre, correspond à une solution de formation de voie pure puisque le précodeur aurait une seule couche et l'antenne virtuelle serait formée d'un seul capteur. La boîte « Diversité de Transmission » dans la figure 2.3 disparaîtrait et le signal $s(b, n)$ serait directement appliqué à l'entrée du filtre purement spatial.

Interprétation physique Reprenons l'exemple présenté à la section 2.5.4. Supposons que le nombre de couches du précodeur soit égal au nombre de capteurs M . Par conséquent, on a également $L = M$ capteurs virtuels. Alors, si chaque couche $\mathbf{w}(l)$ émet dans la direction d'un seul trajet physique et annule l'émission vers tous les autres trajets, on obtient une situation où les capteurs virtuels sont décorrélés car les trajets sont eux-mêmes décorrélés. Dans ce cas, chaque capteur virtuel correspond à un trajet physique. Remarquons que le précodeur doit être normalisé de façon à ne pas augmenter la puissance d'émission par rapport au cas du filtre spatial pur.

L'application ainsi d'une technique de diversité de transmission à ces capteurs virtuels est capable de profiter de la diversité spatiale du canal. Remarquons que l'on aboutit à un cas où les capteurs virtuels sont décorrélés, ce qui est parfait pour la diversité de transmission. Cependant, le canal équivalent entre chaque capteur virtuel et le mobile présente une transmittance différente.

Considérons un autre cas simple pour mieux comprendre le problème. Supposons que l'on veut avoir $L = 2$ capteurs virtuels les mieux adaptés pour la diversité de transmission. Une solution évidente serait de choisir deux couches parmi les M couches de l'exemple d'avant. Ainsi aurait-on choisi 2 trajets pour émettre, correspondant à chaque capteur virtuel. Les capteurs virtuels sont nettement décorrélés¹ mais on n'a pas fortement profité au mieux de la puissance d'émission disponible car on aurait pu choisir les deux trajets de plus faible transmittance. C'est-à-dire que, pour la même puissance d'émission, la puissance reçue par le mobile serait inférieure au cas de la formation de voie (purement spatiale). On voudrait alors être capable d'utiliser les trajets pour profiter au mieux de la puissance d'émission tout en maximisant la diversité fournie par les capteurs virtuels.

Une deuxième solution serait l'utilisation des vecteurs propres du canal comme

¹Puisque l'on a supposé que les trajets physiques sont eux-mêmes décorrélés.

précodeur. Pour maximiser la puissance reçue par le mobile, on devrait choisir les vecteurs propres correspondants aux deux plus grandes valeurs propres. Supposons que la couche $\mathbf{w}(1)$ est proportionnelle au plus grand vecteur propre et $\mathbf{w}(2)$ est proportionnelle au deuxième plus grand vecteur propre. Encore une fois, les capteurs virtuels obtenus sont décorrélés et chaque lien présente forcément une transmittance différente, donnée par la valeur propre correspondante.

Les deux exemples présentés mettent en évidence deux questions :

1. pour des couches $\mathbf{w}(l)$ données, quelle est l'allocation optimale de puissance entre les couches ?
2. quel est le précodeur optimal pour un canal quelconque et des valeurs génériques de L et M ?

Ces points seront étudiés dans le chapitre 3 et deux critères seront proposés pour trouver le précodeur optimal : l'un basé sur la minimisation de la variance de la puissance reçue par l'UM et l'autre basé directement sur la minimisation du TEB.

2.7 Techniques de FV multi-utilisateurs

Outre que les techniques mono-utilisateurs, les techniques de formation de voie multi-utilisateurs considèrent la présence de plusieurs utilisateurs partageant les mêmes ressources, typiquement le temps, la fréquence et le code (pour les systèmes CDMA - *Code Division Multiple Access*). Ces utilisateurs peuvent être dans la même cellule et s'interférer entre eux (interférence intra-cellulaire), mais ils peuvent aussi être dans des cellules différentes générant de l'interférence vers les utilisateurs des cellules voisines (interférence inter-cellulaire).

L'antenne multi-capteurs à la SB peut être utilisée dans ce contexte soit pour réduire l'interférence inter-cellulaire soit pour annuler complètement l'interférence intra-cellulaire. Cette dernière méthode fonctionne comme une technique d'accès multiple dont la ressource partagée est l'espace. Cette technique est appelée *Space Division Multiple Access* (SDMA), ou accès multiple à répartition par localisation spatiale, en français.

Les deux stratégies mènent à une augmentation de la capacité du réseau cellulaire par des biais différents et s'appliquent à des techniques d'accès multiple différentes, comme détaillé par la suite.

Réduction de l'interférence entre les utilisateurs : L'idée de base derrière la réduction de l'interférence entre les utilisateurs est l'utilisation de l'antenne multi-capteurs pour diminuer la distance de réutilisation dans les systèmes TDMA (*Time Division Multiple Access*) et FDMA (*Frequency Division Multiple Access*). Grâce à la réduction de l'interférence inter-cellulaire via la réduction de la pollution, il est possible de réduire la taille du motif. Ainsi, la bande de fréquence disponible par

cellule augmente, ce qui mène à une augmentation du nombre de canaux par cellule et donc de la capacité du système.

Le plus important dans ce contexte étant la réduction de l'interférence, les gains les plus significatifs sont obtenus en annulant complètement l'émission dans la direction des autres mobiles. Par conséquent, ces gains sont plus prononcés lorsque le système présente juste quelques interféreurs dominants.

Dans les systèmes CDMA, par contre, les utilisateurs sont séparés dans le domaine des codes et, normalement, la distance de réutilisation des fréquences est déjà égale à 1. Cela veut dire que toutes les cellules utilisent déjà tous les codes disponibles. En revanche, la puissance d'émission maximale devient le facteur contraignant le nombre d'utilisateurs par cellule, puisque la puissance d'émission est la ressource partagée par les utilisateurs.

Dans ce contexte, l'utilisation de l'antenne multi-capteurs pour réaliser l'émission dirigée et la réduction de pollution permet de servir un plus grand nombre d'utilisateurs par cellule, ce qui a pour effet direct l'augmentation de la capacité du système.

SDMA : La stratégie SDMA consiste à utiliser l'antenne multi-capteurs à la SB pour séparer les utilisateurs co-canal dans le domaine spatial (domaine azimutal). Ainsi, la SB sert plus d'un utilisateur dans le même canal, ce qui augmente la capacité du système et l'efficacité spectrale aussi.

Les utilisateurs peuvent partager le même canal pour communiquer si la formation de voie à la SB assure une qualité de signal suffisante pour tous les mobiles impliqués. Le rapport signal à interférence (RSI) sans l'emploi d'une antenne multi-capteurs à la SB serait très mauvais puisque le signal utile et l'interférant auraient des puissances d'émission relativement proches. D'autre part, si l'interférence est dominée par un faible nombre d'utilisateurs (les utilisateurs co-canal), l'antenne multi-capteurs est capable d'annuler cette interférence par la réduction de la pollution générée. Par conséquent, le nombre d'utilisateurs co-canal doit être petit pour que la qualité de lien désirée soit obtenue.

Un point critique dans la stratégie SDMA est la séparabilité spatiale, ce qui veut dire que les utilisateurs doivent être séparés dans le domaine spatial, vu de la SB. Cela implique que l'allocation de ressources doit être modifiée pour tenir compte de la nouvelle dimension spatiale. Par exemple, si deux utilisateurs ne sont pas séparables dans le domaine spatial, alors la SB doit allouer à chacun un canal différent. Par contre, si deux utilisateurs sont séparables dans le domaine spatial, la SB a intérêt à allouer le même canal aux deux utilisateurs et laisser à la formation de voie la tâche de les séparer.

2.7.1 Minimisation de la puissance d'émission - contrôle de puissance à la SB

Quelque soit le système utilisé, TDMA, FDMA ou CDMA, la puissance d'émission à la SB est une ressource partagée par tous les utilisateurs d'une même cellule. L'idée de servir le plus grand nombre d'utilisateurs possible avec une puissance donnée est à la base de l'augmentation de capacité promise par l'utilisation d'une antenne multi-capteurs. Autrement dit, on a intérêt à minimiser la puissance d'émission pour un nombre donné d'utilisateurs à servir et une qualité de lien minimale à assurer.

Le réglage de la puissance d'émission est une tâche réalisée par le contrôle de puissance à la SB. Le contrôle de puissance a pour but l'allocation de la puissance d'émission entre les utilisateurs actifs dans la cellule afin d'assurer la qualité de lien demandée par chaque utilisateur avec la puissance d'émission minimale.

L'utilisation d'une antenne multi-capteurs réduit l'interférence entre les utilisateurs co-canal, améliorant la qualité de chaque lien. Cette amélioration de la qualité du lien réduit la puissance nécessaire pour assurer la qualité demandée. Ainsi, l'utilisation conjointe d'une antenne multi-capteurs et du contrôle de puissance permet d'assurer la qualité de lien escompté avec une plus faible puissance d'émission. On voit bien alors la synergie existant entre la formation de voie en émission et le contrôle de puissance à la SB dans le sens de minimiser la puissance d'émission à qualité de lien fixée.

2.7.1.1 Modèle de signal

Comme précédemment, on considère la voie descendante d'une cellule d'un système de communication radio-mobile, où la SB est équipée d'une antenne à M capteurs et les UM ont un seul capteur. La transmission se fait par blocs de taille N_B et le canal ne varie que d'un bloc à l'autre. De plus, on suppose un canal plat. L'extension au cas des canaux sélectifs est présenté dans la section 4.2.

Par contre, maintenant, on considère la communication avec U utilisateurs. L'émission pour chaque utilisateur u se fait en utilisant un filtre purement spatial \mathbf{w}_u . On considère que les filtres d'émission sont normalisés $\|\mathbf{w}_u\| = 1$ et que la puissance d'émission p_u de l'utilisateur u est réglée par ailleurs. De façon analogue au cas mono-utilisateur, le signal émis vers le u -ème utilisateur est dénoté par $s_u(b, n)$ et le canal spatial entre la SB et l'utilisateur u est dénoté par $\mathbf{h}_u(b)$. Ainsi, le signal reçu par l'utilisateur u en raison de l'émission vers l'utilisateur i est donné par [voir l'équation (2.2)]

$$y_{i \rightarrow u}(b, n) = \sqrt{p_i} \mathbf{w}_i^H \mathbf{h}_u(b) s_i(b, n) + \nu_u(b, n) , \quad (2.14)$$

avec les vecteurs colonnes \mathbf{w}_i et $\mathbf{h}_u(b)$ définis comme $\mathbf{w}_i = [w_{i,1} \quad w_{i,2} \quad \cdots \quad w_{i,M}]^T$ et $\mathbf{h}_u(b) = [h_{u,1}(b) \quad h_{u,2}(b) \quad \cdots \quad h_{u,M}(b)]^T$. On a aussi introduit l'indice u au bruit $\nu_u(b, n)$ pour rappeler que c'est le bruit au récepteur de l'utilisateur u .

De façon analogue à l'équation (2.6), on peut écrire la puissance utile reçue par l'utilisateur u comme

$$P_u(b) = p_u \mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_u(b) \mathbf{w}_u , \quad (2.15)$$

où $\mathbf{R}_u(b)$ est la matrice de covariance spatiale (MCS) instantanée du canal descendant de l'utilisateur u , donnée par $\mathbf{R}_u(b) = \mathbf{h}_u(b)\mathbf{h}_u(b)^H$. D'autre part, la pollution générée à cause de l'émission de l'utilisateur i au niveau de l'utilisateur u est donnée par

$$I_{i \rightarrow u}(b) = p_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_u(b) \mathbf{w}_i . \quad (2.16)$$

Finalement, le rapport signal à interférence plus bruit (RSIB) vu par l'utilisateur u vaut

$$\text{RSIB}_u = \gamma_u = \frac{\text{E}\{P_u(b)\}}{\text{E}\left\{\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U I_{i \rightarrow u}(b)\right\} + \sigma_\nu^2} = \frac{p_u \mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u}{\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U p_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_i + \sigma_\nu^2} , \quad (2.17)$$

où les espérances portent sur les blocs b et $\mathbf{R}_u = \text{E}\{\mathbf{R}_u(b)\}$ est la MCS (moyenne) du canal descendant de l'utilisateur u et σ_ν^2 est la puissance de bruit entachant l'antenne du mobile, considérée la même pour tous les utilisateurs.

2.7.2 Contraintes sur le RSIB

Le problème de la formation de voie multi-utilisateurs en émission se pose donc comme la minimisation de la puissance émise sous la contrainte que les RSIB_u soient égaux à des cibles ζ_u données. Ce problème a été traité de façon découplée du contrôle de puissance dans [55, 25], où d'abord les filtres spatiaux sont obtenus et ensuite le contrôle de puissance est appliqué pour parvenir aux puissances d'émission de façon que les cibles soient respectées. D'autre part, des solutions pour le problème conjoint ont été proposées en [39, 13, 40, 9].

De façon indépendante, j'ai aussi proposé un algorithme itératif pour trouver la solution du problème conjoint de la formation de voie en émission et le contrôle de puissance dans mon mémoire de master [53], où on a aussi proposé une version rapide de l'algorithme (voir aussi l'article [54], pour une version en anglais). Par la suite, on présente le problème conjoint et l'algorithme rapide proposé en [53] et [54]. En plus, on étend ces travaux par une démonstration de la convergence de l'algorithme rapide.

En rappelant l'équation (2.17), le critère à optimiser se pose donc comme

$$\begin{aligned}
\min \quad & \sum_{u=1}^U p_u \\
\text{s.c.} \quad & \frac{p_u \mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u}{\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U p_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_i + \sigma_v^2} = c \zeta_u \quad \forall u, \\
& \|\mathbf{w}_u\| = 1 \quad \forall u \\
& \sum_{u=1}^U p_u \leq P_{\max}
\end{aligned} \tag{2.18}$$

où P_{\max} est la puissance maximale d'émission et c est une constante de proportionnalité qui varie entre 0 et 1. Normalement, si les cibles peuvent être respectées avec la puissance maximale donnée, $c = 1$. Par contre, si les cibles ne peuvent pas être respectées, c prend des valeurs inférieures à 1 de façon que la puissance maximale soit respectée avec une dégradation proportionnelle des RSIB de différents utilisateurs.

Avant d'écrire la fonction coût associée au critère énoncé précédemment, on peut réécrire les contraintes sur le RSIB comme

$$p_u \mathbf{w}_u^H \frac{\mathbf{R}_u}{\zeta_u} \mathbf{w}_u - c \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U p_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_i + \sigma_v^2 \right) = 0 \quad \forall u. \tag{2.19}$$

En introduisant les multiplicateurs de Lagrange χ_u associés aux contraintes données par l'équation (2.19), on peut écrire la fonction coût suivante

$$\begin{aligned}
J_{\text{RSIB-multi}} = \sum_{u=1}^U p_u \mathbf{w}_u^H \mathbf{w}_u - \\
\sum_{u=1}^U \chi_u \left[p_u \mathbf{w}_u^H \frac{\mathbf{R}_u}{\zeta_u} \mathbf{w}_u - c \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U p_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_i + \sigma_v^2 \right) \right], \tag{2.20}
\end{aligned}$$

où le terme $\mathbf{w}_u^H \mathbf{w}_u$ a été introduit pour faciliter la suite du développement. Ce terme ne change pas la fonction coût car il vaut 1, d'après l'une des contraintes. Par souci de simplicité, on n'a pas tenu compte explicitement de la contrainte de norme de \mathbf{w}_u ni de la contrainte de puissance maximale. Ces deux contraintes seront considérées par la suite, n'étant pas indispensable d'en tenir compte pour l'instant.

Remarquons que la fonction coût (2.20) est une fonction quadratique par rapport aux filtres spatiaux \mathbf{w}_u . Alors, pour des puissances p_u et des multiplicateurs de Lagrange χ_u donnés, les filtres \mathbf{w}_u qui minimisent $J_{\text{RSIB-multi}}$ sont obtenus en annulant

la dérivée de $J_{\text{RSIB-multi}}$ par rapport aux filtres \mathbf{w}_u , donnés par

$$\frac{\partial J_{\text{RSIB-multi}}}{\partial \mathbf{w}_u} = 2p_u \mathbf{w}_u - 2\chi_u p_u \frac{\mathbf{R}_u}{\zeta_u} \mathbf{w}_u + 2cp_u \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \chi_i \mathbf{R}_i \right) \mathbf{w}_u \quad \forall u . \quad (2.21)$$

En égalant les dérivées (2.21) à zéro, on obtient

$$\mathbf{w}_u - \chi_u \frac{\mathbf{R}_u}{\zeta_u} \mathbf{w}_u + c \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \chi_i \mathbf{R}_i \right) \mathbf{w}_u = 0 \quad \forall u . \quad (2.22)$$

De manière à mettre en évidence la signification physique des multiplicateurs de Lagrange, on pose $\alpha_u = c\sigma_\nu^2 \chi_u$. L'équation précédente peut alors être réécrite comme

$$\frac{\mathbf{R}_u}{\zeta_u} \mathbf{w}_u - \frac{c}{\alpha_u} \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \alpha_i \mathbf{R}_i + \sigma_\nu^2 \mathbf{I}_M \right) \mathbf{w}_u = 0 \quad \forall u , \quad (2.23)$$

où α_u sont les *nouveaux* multiplicateurs de Lagrange.

L'équation (2.23) montre que la direction des filtres \mathbf{w}_u optimaux est donnée par une décomposition en éléments propres généralisée. Autrement dit, le filtre spatial optimal $\mathbf{w}_u^{\text{opt}}$ est vecteur propre de la décomposition en éléments propres généralisée

de $\left(\frac{\mathbf{R}_u}{\zeta_u}, \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \alpha_i \mathbf{R}_i + \sigma_\nu^2 \mathbf{I}_M \right)$, avec $\lambda_u = \frac{c}{\alpha_u}$ étant la valeur propre correspondante. La

norme de \mathbf{w}_u est donnée par la contrainte $\|\mathbf{w}_u\| = 1$. Une autre question qui se pose est le choix du vecteur propre, étant donné qu'on a M vecteurs propres possibles à notre disposition. On verra par la suite qu'il faut choisir le vecteur propre correspondant à la valeur propre maximale.

La détermination de chaque filtre $\mathbf{w}_u^{\text{opt}}$ est alors découplée des autres filtres spatiaux. Néanmoins, l'équation (2.23) pour l'utilisateur u dépend des multiplicateurs de Lagrange α_i de tous les autres utilisateurs. Alors, on a à faire à un système de U décompositions en éléments propres généralisées couplées par les valeurs α_i . Dans la suite, on proposera une procédure itérative pour trouver la solution de ce système.

2.7.3 Dualité voie montante et voie descendante

On propose de multiplier l'équation (2.23) à gauche par \mathbf{w}_u^H . On peut alors écrire

$$\frac{\alpha_u \mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u}{\mathbf{w}_u^H \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \alpha_i \mathbf{R}_i \right) \mathbf{w}_u + \sigma_\nu^2} = c \zeta_u \quad \forall u . \quad (2.24)$$

On observe tout de suite une analogie entre l'équation (2.24) et le RSIB en voie montante, où les multiplicateurs de Lagrange α_u jouent le rôle des puissances d'émission de chaque mobile en voie montante et les filtres \mathbf{w}_u seraient des filtres en réception. D'autre part, l'équation (2.24) exprime les contraintes (2.18) comme des contraintes en voie montante.

Une analyse plus profonde de l'analogie entre voie descendante et voie montante peut être faite en égalant les contraintes en voie descendante (2.18) et en voie montante (2.24)

$$\frac{\alpha_u \mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u}{\mathbf{w}_u^H \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \alpha_i \mathbf{R}_i \right) \mathbf{w}_u + \sigma_\nu^2} = \frac{p_u \mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u}{\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U p_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_i + \sigma_\nu^2} \quad \forall u. \quad (2.25)$$

Après quelques manipulations mathématiques on peut réécrire (2.25) comme

$$\alpha_u \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U p_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_i + \alpha_u \sigma_\nu^2 = p_u \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \alpha_i \mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_u + p_u \sigma_\nu^2 \quad \forall u. \quad (2.26)$$

Maintenant, on somme les termes correspondants à tous les utilisateurs u de chaque côté pour obtenir

$$\sum_{u=1}^U \alpha_u \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U p_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_i + \sigma_\nu^2 \sum_{u=1}^U \alpha_u = \sum_{u=1}^U p_u \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \alpha_i \mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_u + \sigma_\nu^2 \sum_{u=1}^U p_u. \quad (2.27)$$

Et puis, on ajoute le terme $\sum_{i=1}^U \alpha_i p_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_i$ des deux côtés de l'égalité et on en arrive à

$$\sum_{u=1}^U \sum_{i=1}^U \alpha_u p_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_i + \sigma_\nu^2 \sum_{u=1}^U \alpha_u = \sum_{u=1}^U \sum_{i=1}^U p_u \alpha_i \mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_u + \sigma_\nu^2 \sum_{u=1}^U p_u. \quad (2.28)$$

Finalement, en remarquant que les sommes doubles sont identiques et peuvent être simplifiées de part et d'autre de l'équation, ainsi que le terme σ_ν^2 , on obtient

$$\sum_{u=1}^U \alpha_u = \sum_{u=1}^U p_u. \quad (2.29)$$

On en arrive donc à une égalité entre la puissance totale d'émission en voie descendante et la puissance totale émise par les mobiles en voie montante. Par conséquent, minimiser la puissance d'émission en voie descendante équivaut à minimiser la puissance totale en voie montante, donnée par la somme des multiplicateurs de Lagrange

α_u . Ce résultat est crucial pour démontrer la dualité existant entre le problème original en voie descendante et le problème *transformé* en voie montante. Il montre que résoudre le problème transformé en voie montante conduit à la résolution du problème en voie descendante.

À partir de cette dualité, on peut retourner au choix du vecteur propre comme filtre d'émission optimal, voir équation (2.23). Comme la valeur propre associée vaut $\lambda_u = \frac{c}{\alpha_u}$, on doit choisir le vecteur propre correspondant à la plus grande valeur propre de façon à minimiser la valeur α_u . Ce choix minimise la somme $\sum_{u=1}^U \alpha_u$, ce qui assure la minimisation de la puissance d'émission, d'après l'équivalence démontrée par (2.29).

2.7.4 Contrôle de puissance

On a déjà vu comment déterminer les filtres optimaux et que les filtres optimaux pour le problème en voie descendante sont les mêmes que pour le problème transformé en voie montante. Reste à déterminer les puissances d'émission optimales aussi bien en voie montante qu'en voie descendante. Les puissances en voie montante et celles en voie descendante doivent être telles que les contraintes sur les RSIB en voie montante et en voie descendante, respectivement, soient respectées.

Voie montante Intéressons-nous d'abord aux puissances en voie montante (les multiplicateurs de Lagrange) α_u . Si l'on considère l'équation (2.24) pour tous les utilisateurs, on aboutit à un système linéaire en α_u . Pour écrire ce système linéaire sous forme matricielle, on pose d'abord le vecteur de puissances en voie montante $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \cdots \quad \alpha_U]$, puis la matrice diagonale \mathbf{D} , dont les éléments sont donnés par

$$d_{u,u} = \mathbf{w}_u^H \frac{\mathbf{R}_u}{\zeta_u} \mathbf{w}_u \quad \forall u \quad (2.30)$$

et, enfin, la matrice \mathbf{M} , dont l'élément à la ligne u et colonne i vaut

$$m_{u,i} = \begin{cases} \mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_u & u \neq i \\ 0 & u = i \end{cases} \quad \forall u. \quad (2.31)$$

Ainsi, le contrôle de puissance en voie montante est gouverné par le système linéaire suivant

$$\mathbf{D}\boldsymbol{\alpha} - c\mathbf{M}\boldsymbol{\alpha} = c\sigma_v^2 \mathbf{1}_U \quad (2.32)$$

et la solution pour les puissances en voie montante est

$$\boldsymbol{\alpha} = c\sigma_v^2 (\mathbf{D} - c\mathbf{M})^{-1} \mathbf{1}_U, \quad (2.33)$$

où, pour l'instant, on suppose que la matrice $(\mathbf{D} - c\mathbf{M})$ est inversible. On reviendra sur cette supposition plus tard.

Voie descendante De façon analogue à la voie montante, l'équation de contrôle de puissance en voie descendante est obtenu par le système linéaire formé par les contraintes (2.20). Ce système linéaire peut être exprimé sous forme matricielle par

$$\mathbf{D}\mathbf{p} - c\mathbf{M}^T\mathbf{p} = c\sigma_\nu^2\mathbf{1}_U \quad (2.34)$$

et la solution pour les puissances en voie descendante est

$$\mathbf{p} = c\sigma_\nu^2(\mathbf{D} - c\mathbf{M}^T)^{-1}\mathbf{1}_U, \quad (2.35)$$

où on suppose que la matrice $(\mathbf{D} - c\mathbf{M}^T)$ est inversible.

On remarque la similarité entre les équations (2.33) et (2.35), la seule différence étant la transposition de la matrice \mathbf{M} . Alors, on peut écrire la correspondance suivante entre les puissance en voie montante et en voie descendante

$$\mathbf{p} = (\mathbf{D} - c\mathbf{M}^T)^{-1}(\mathbf{D} - c\mathbf{M})\boldsymbol{\alpha}. \quad (2.36)$$

2.7.5 Existence d'une solution

L'existence d'une solution pour le problème énoncé par l'équation (2.18) est liée à l'inversibilité à la fois de la matrice $(\mathbf{D} - c\mathbf{M}^T)$ et de la matrice $(\mathbf{D} - c\mathbf{M})$. De plus, pour qu'une solution soit valable, il est nécessaire qu'aussi bien les puissances en voie montante α_u que les puissances en voie descendante p_u soient toutes non-négatives. On verra par la suite que les deux conditions sont liées à la détermination de la constante de proportionnalité c .

Théorème 2.7.1. *Pour $c < c_{max}$, avec $c_{max} = \frac{1}{\psi_{max}}$ et ψ_{max} la valeur propre maximale de la décomposition en éléments propres généralisée de $(\mathbf{M}^T, \mathbf{D})$, les matrices $(\mathbf{D} - c\mathbf{M}^T)$ et $(\mathbf{D} - c\mathbf{M})$ sont inversibles et tous les éléments de leurs inverses sont non-négatifs.*

Démonstration. Considérons d'abord la matrice $(\mathbf{D} - c\mathbf{M}^T)^{-1}$. Cette matrice peut être réécrite comme

$$\mathbf{D}^{-1}(\mathbf{I}_M - c\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T)^{-1}. \quad (2.37)$$

Étant donné que la matrice \mathbf{D} est diagonale son inverse existe toujours. De plus, tous les éléments de \mathbf{D}^{-1} sont non-négatifs, voir l'équation (2.30). Il reste à démontrer que la matrice $(\mathbf{I}_M - c\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T)$ est inversible et que tous les éléments de son inverse sont non-négatifs.

Supposons que la valeur propre maximale de la matrice $c\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T$ est inférieure à 1. On peut alors écrire l'expansion en série de Taylor de la matrice $(\mathbf{I}_M - c\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T)^{-1}$ comme :

$$(\mathbf{I}_M - c\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T)^{-1} = \mathbf{I}_M + \sum_{k=1}^{\infty} (c\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T)^k. \quad (2.38)$$

Par conséquent, l'inverse de la matrice $(\mathbf{I}_M - c\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T)$ existe. Par ailleurs, tous les éléments de la matrice \mathbf{M} et la constante de proportionnalité c sont non-négatifs aussi. De ce fait, la sommation à l'équation (2.38) a comme résultat une matrice dont tous les éléments sont non-négatifs. Ainsi, la matrice $(\mathbf{I}_M - c\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T)^{-1}$ est une matrice composée d'éléments non-négatifs.

En résumé, si la valeur propre maximale de la matrice $c\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T$ est inférieure à 1, alors la matrice $(\mathbf{I}_M - c\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T)^{-1}$ est inversible et tous les éléments de son inverse sont non-négatifs. Or, pour que la valeur propre maximale de la matrice $c\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T$ soit inférieure à 1, il suffit que c soit inférieur à la valeur propre maximale de la matrice $\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T$. On dénote par ψ_{max} la valeur propre maximale de $\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T$. De façon équivalente, ψ_{max} est aussi valeur propre maximale de la décomposition en éléments propres généralisée de $(\mathbf{M}^T, \mathbf{D})$.

Le même raisonnement appliqué à la matrice $(\mathbf{D} - c\mathbf{M})^{-1}$ nous dit que c doit être inférieur à l'inverse de la valeur propre maximale de la décomposition en éléments propres généralisée de (\mathbf{M}, \mathbf{D}) , dont les valeurs propres sont les mêmes que celles de la décomposition de $(\mathbf{M}^T, \mathbf{D})$. \square

Le théorème 2.7.1 fournit une condition sur c qui assure l'existence des inverses $(\mathbf{D} - c\mathbf{M}^T)^{-1}$ et $(\mathbf{D} - c\mathbf{M})^{-1}$ et assure encore que tous les éléments de ces inverses sont non-négatifs. Cette dernière condition est suffisante pour garantir que tous les éléments des vecteurs $\boldsymbol{\alpha}$ et \mathbf{p} sont non-négatifs, voir équations (2.33) et (2.35). En conséquence, le théorème 2.7.1 assure l'existence d'une solution faisable pour le problème conjoint de contrôle de puissance et formation de voie en émission, à part la contrainte de puissance maximale. Cette contrainte ne peut pas être facilement incorporée au développement ici présenté et sera ignorée pour l'instant. On reviendra sur elle plus tard.

2.7.6 Solution itérative - algorithme DBPC

Comme souligné précédemment, la détermination des filtres de transmission \mathbf{w}_u nécessite la connaissance des puissances en voie montante α_u et vice-versa. On propose donc une procédure itérative capable d'obtenir à la fois les puissances en voie montante et les filtres de transmission. Ensuite, il suffit de calculer les puissances en

Tab. 2.1: Algorithme DBPC

1. Initialisation

$$k = 1 \quad , \quad \boldsymbol{\alpha}(0) = \mathbf{0}_U$$

2. Mise à jour des filtres spatiaux : $\mathbf{w}_u(k)$ est vecteur propre correspondant à la valeur propre maximale de la décomposition généralisée de

$$\left(\frac{\mathbf{R}_u}{\zeta_u}, \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \alpha_i(k) \mathbf{R}_i + \sigma_v^2 \mathbf{I}_M \right), \quad \forall u$$

3. Calcul des matrices $\mathbf{D}(k)$ et $\mathbf{M}(k)$

$$d_{u,u}(k) = \mathbf{w}_u(k)^H \frac{\mathbf{R}_u}{\zeta_u} \mathbf{w}_u(k) \quad \forall u$$

$$m_{u,i}(k) = \begin{cases} \mathbf{w}_u(k)^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_u(k) & u \neq i \\ 0 & u = i \end{cases} \quad \forall i, u$$

4. Calcul de $c_{max} = \frac{1}{\psi_{max}}$, où ψ_{max} est la valeur propre maximale de la décomposition généralisée de $(\mathbf{M}(k), \mathbf{D}(k))$

(a) Si $c_{max} \geq 1$, alors $c(k) = 1$

(b) Sinon, $c(k) = c_{max} - \varepsilon$ (où $\varepsilon \ll c_{max}$)

5. Mise à jour des puissances en voie montante

$$\boldsymbol{\alpha}(k) = c(k) \sigma^2 \left(\mathbf{D}(k) - c(k) \mathbf{M}(k) \right)^{-1} \mathbf{1}_U$$

6. Condition d'arrêt sur la variation de la puissance totale d'émission

(a) Si $\left| \sum_{i=1}^U \alpha_i(k) - \sum_{i=1}^U \alpha_i(k-1) \right| > \Delta P$, alors $k = k + 1$ et retour à l'étape 2

(b) Sinon, passage à l'étape 7

7. Calcul des puissances d'émission

$$\mathbf{p} = c(k) \sigma^2 \left(\mathbf{D}(k) - c(k) \mathbf{M}(k)^T \right)^{-1} \mathbf{1}_U$$

voie descendante en utilisant le contrôle de puissance présenté dans la section 2.7.4. De cette façon, on obtient les filtres de transmission et les puissances d'émission optimaux au sens du critère énoncé dans la section 2.7.2.

L'idée centrale derrière la solution itérative décrite dans cette section est l'itération des équations (2.23) et (2.33), en utilisant dans l'une les quantités obtenues dans l'autre. Le tableau 2.1 montre cette solution, appelé *Downlink Beamforming and Power Control* (DBPC), ce qui met en évidence la nature conjointe de l'obtention des puissances et des filtres.

Le mode de fonctionnement de l'algorithme DBPC est similaire à celui proposé dans [39]. Néanmoins, le calcul des puissances en voie montante se fait de façon exacte ici et de façon approximée dans [39].

L'algorithme DBPC ne permet pas d'incorporer la contrainte de puissance maximale. Si cette contrainte n'est pas vérifiée, il faut diminuer la valeur de c par petit pas, en augmentant la valeur de ε , et refaire tourner l'algorithme. Cette procédure doit être répétée jusqu'à ce que la contrainte de puissance maximale soit vérifiée. Une autre solution consiste à déconnecter les utilisateurs un par un et recommencer l'algorithme itératif jusqu'à ce que la puissance d'émission maximale soit respectée. Les deux solutions pour tenir compte de la contrainte de puissance d'émission maximale sont cependant très coûteuses puisqu'elles demandent la détermination des filtres et des puissances optimaux à chaque tentative.

2.7.6.1 Coût de calcul

La figure 2.4 montre l'évolution de la puissance émise en fonction du nombre d'itérations pour un cas typique. On considère que l'algorithme a convergé lorsque la puissance totale d'émission atteint 99% de la puissance émise en régime (montré par la ligne pointillée). La ligne hachée montre l'itération pour laquelle l'algorithme a convergé. On voit donc que l'algorithme DBPC converge assez rapidement en nombre d'itérations. Par contre, chaque itération présente un coût de calcul élevé à cause du calcul des U décompositions en éléments propres généralisée et la résolution du système linéaire en α à chaque itération.

Chaque décomposition en éléments propres généralisée présente un coût de calcul de $2U^2 + \mathcal{O}(U^3)$ et la résolution du système linéaire a un coût de calcul proportionnel à M^3 . Il y a encore le calcul de la matrice $\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \alpha_i(k) \mathbf{R}_i + \sigma_v^2 \mathbf{I}_M$, dont le coût de calcul est $(U+2)\mathcal{O}(M^2)$, le calcul des matrices \mathbf{D} et \mathbf{M} , dont la complexité vaut $U^2\mathcal{O}(M^2)$, et le calcul de c_{max} , dont la complexité vaut $\mathcal{O}(U^3)$.

Finalement, le coût de calcul par itération est donné par $U\mathcal{O}(M^3) + (U^2 + U + 2)\mathcal{O}(M^2) + 2\mathcal{O}(U^3) + 2U^2$. On remarque que ce coût de calcul est proportionnel au nombre d'utilisateurs U au cube, de manière que l'algorithme sera plus lent lorsque le nombre d'utilisateurs augmente. Or, comme on veut augmenter la capacité du système, cela entraînera une augmentation du temps de calcul, ce qui est indésirable

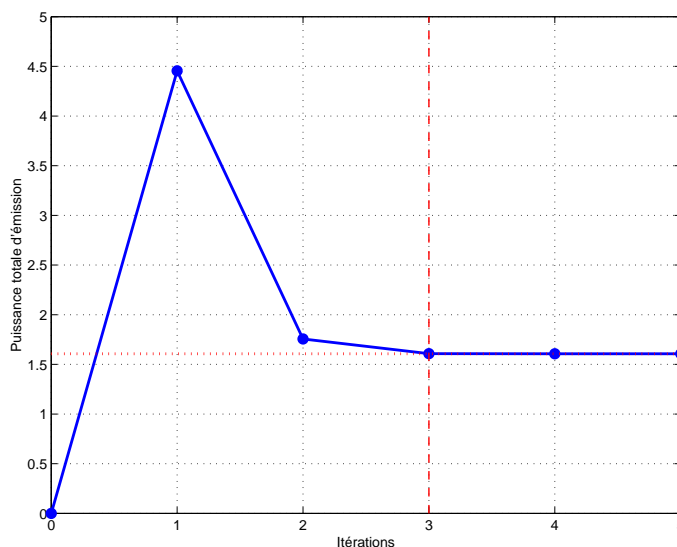


Fig. 2.4: Évolution de la puissance totale d'émission pour l'algorithme DBPC en fonction du nombre d'itérations.

dans la pratique. D'autre part, en pratique, les MCS sont estimées de forme récursive et alors à chaque mise à jour de ces matrices, elles ne seront que faiblement perturbées et la nouvelle solution différera peu de la solution obtenue précédemment. Cependant, même à partir de la solution d'avant, la réalisation d'une seule itération de l'algorithme DBPC est très coûteuse. Par la suite, on proposera alors un algorithme moins coûteux et donc plus adapté aux applications pratiques. Mais avant, intéressons-nous à la convergence de l'algorithme DBPC.

2.7.6.2 Convergence de l'algorithme DBPC

Pour analyser la convergence de l'algorithme DBPC, on peut le diviser en deux étapes. Une première étape où les filtres \mathbf{w}_u sont mis à jour et une deuxième où les puissances en voie montante α sont mises à jour. Une condition suffisante pour que l'algorithme converge est que, à la fin de chaque itération, la solution obtenue tende vers la solution optimale.

À une itération donnée, on utilisera les exposants $-$ et $+$ pour représenter, respectivement, les quantités obtenues à la fin de l'itération précédente et à la fin de l'itération actuelle. Ainsi, à la fin d'une itération quelconque, l'équation (2.24) peut être réécrite comme

$$\frac{\alpha_u^- \mathbf{w}_u^{-H} \frac{\mathbf{R}_u}{\zeta_u} \mathbf{w}_u^-}{\mathbf{w}_u^{-H} \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \alpha_i^- \mathbf{R}_i \right) \mathbf{w}_u^- + \sigma^2} = c^- \quad \forall u. \quad (2.40)$$

Dans cette condition, la solution optimale n'est pas encore atteinte parce que les

cibles n'ont pas été respectées et, alors, $c^- < 1$ ou parce que la puissance totale d'émission n'est pas encore minimale. Dans ce qui ce suit, on démontrera que chaque étape de l'algorithme amène l'une de ces quantités vers la valeur optimale.

Étape 1 : mise à jour des filtres Une fois que les puissances en voie montante ont été mises à jour après le calcul des filtres \mathbf{w}_u^- , ces derniers ne sont plus vecteur propre de l'équation (2.23). Ainsi, dans la première étape de l'itération suivante, les filtres sont mis à jour en utilisant le vecteur $\boldsymbol{\alpha}^-$. Après le calcul des nouveaux filtres \mathbf{w}_u^+ , on peut alors écrire

$$\frac{\alpha_u^- \mathbf{w}_u^{+H} \frac{\mathbf{R}_u}{\zeta_u} \mathbf{w}_u^+}{\mathbf{w}_u^{+H} \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \alpha_i^- \mathbf{R}_i + \sigma^2 \right) \mathbf{w}_u^+} = \lambda_{u,\max} > c^- \quad \forall i, \quad (2.41)$$

où $\lambda_{u,\max}$ est la valeur propre maximale correspondant au vecteur propre \mathbf{w}_u^+ . De plus, toutes les valeurs propres $\lambda_{u,\max}$ sont supérieurs à c^- , car les vecteurs propres \mathbf{w}_u^+ correspondant aux valeurs propres maximales maximisent le quotient de Rayleigh donné par l'équation (2.41).

Par conséquent, comme $\lambda_{u,\max} > c^-$, l'étape de mise à jour des filtres permet d'obtenir un gain par rapport à l'itération précédente. Ce gain sera exploité par la deuxième étape de l'algorithme pour augmenter la valeur de la constante de proportionnalité ou pour minimiser la puissance totale d'émission lorsque $c^- = 1$.

Étape 2 : mise à jour des puissances Après la mise à jour des filtres à l'étape précédente, l'égalité (2.41) peut être exprimée sous forme matricielle comme

$$\mathbf{D}^+ \boldsymbol{\alpha}^- - \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{M}^+ \boldsymbol{\alpha}^- = \sigma^2 \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{1}_U, \quad (2.42)$$

où $\boldsymbol{\Lambda}$ est une matrice diagonale formée par les valeurs propres maximales $\lambda_{u,\max}$ et les matrices \mathbf{D}^+ et \mathbf{M}^+ sont calculées selon les équations (2.30) et (2.31) en utilisant les filtres \mathbf{w}_u^+ .

Dans cette étape, les puissances en voie montante et la constante de proportionnalité seront mises à jour de manière à vérifier les contraintes données par le système linéaire (2.32). Ces nouvelles puissances $\boldsymbol{\alpha}^+$ et la nouvelle constante c^+ sont telles que

$$\mathbf{D}^+ \boldsymbol{\alpha}^+ - c^+ \mathbf{M}^+ \boldsymbol{\alpha}^+ = c^+ \sigma^2 \mathbf{1}_U. \quad (2.43)$$

Analysons maintenant le rapport entre c^+ et c^- et entre $\boldsymbol{\alpha}^+$ et $\boldsymbol{\alpha}^-$, dans le but de démontrer la convergence de l'algorithme. Selon la valeur de c^- , on considère deux cas de figure.

Dans le premier cas, les cibles n'avaient pas encore été atteintes ($c^- < 1$) et alors la condition suffisante pour qu'il y ait convergence est que la constante de proportionnalité après étape 2 soit supérieure à c^- , i.e., $c^+ > c^-$.

Par contre, si les cibles avaient déjà été atteintes ($c^- = 1$), la condition suffisante pour qu'il y ait convergence est que la puissance totale d'émission diminue après la mise à jour de $\boldsymbol{\alpha}$ à l'étape 2. Cette condition s'écrit comme $\sum_{i=1}^U \alpha_i^+ < \sum_{i=1}^U \alpha_i^-$.

Intéressons-nous d'abord au cas où les cibles n'avaient pas encore été atteintes. Dans ce cas, la nouvelle constante de proportionnalité c^+ est choisie légèrement inférieure à c_{\max} . En posant $\beta = \min_u \left\{ \lambda_{u, \max} \right\}$, on peut réécrire (2.42) comme

$$\mathbf{D}^+ \boldsymbol{\alpha}^- - \beta \mathbf{M}^+ \boldsymbol{\alpha}^- = \sigma^2 \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{1}_U + \left(\boldsymbol{\Lambda} - \beta \mathbf{I}_U \right) \mathbf{M}^+ \boldsymbol{\alpha}^- . \quad (2.44)$$

Vu que tous les éléments diagonaux de $\boldsymbol{\Lambda}$ sont positifs, la matrice diagonale $\left(\boldsymbol{\Lambda} - \beta \mathbf{I}_U \right)$ possède juste un élément diagonal nul et tous les autres sont positifs. D'autre part, tous les éléments de la matrice \mathbf{M}^+ et du vecteur $\boldsymbol{\alpha}^-$ sont non-négatifs. De ce fait, le terme à droite de l'égalité (2.44) est un vecteur formé d'éléments positifs et on peut écrire l'inégalité suivante

$$\mathbf{D}^+ \boldsymbol{\alpha}^- - \beta \mathbf{M}^+ \boldsymbol{\alpha}^- > \mathbf{0}_U . \quad (2.45)$$

En multipliant l'équation (2.45) à gauche par $\boldsymbol{\alpha}^{-T}$, on aboutit à

$$\frac{\boldsymbol{\alpha}^{-T} \mathbf{D}^+ \boldsymbol{\alpha}^-}{\boldsymbol{\alpha}^{-T} \mathbf{M}^+ \boldsymbol{\alpha}^-} > \beta . \quad (2.46)$$

Le quotient de Rayleigh donné par l'équation (2.46) est maximisé par le vecteur propre \mathbf{v}_{\max} , correspondant à la valeur propre maximale c_{\max} de la décomposition généralisée de $\left(\mathbf{D}^+, \mathbf{M}^+ \right)$. On peut alors écrire

$$\frac{\mathbf{v}_{\max}^T \mathbf{D}^+ \mathbf{v}_{\max}}{\mathbf{v}_{\max}^T \mathbf{M}^+ \mathbf{v}_{\max}} = c_{\max} > \beta . \quad (2.47)$$

En rappelant l'équation (2.41), on a $\beta > c^-$. Par conséquent, on conclut que

$$c^+ = c_{\max} > \beta > c^- . \quad (2.48)$$

Alors, la condition pour qu'il y ait convergence dans le premier cas ($c^- < 1$) est satisfaite.

En ce qui concerne le deuxième cas, où les cibles avaient déjà été atteintes, $c^- = c^+ = 1$ et les nouvelles puissances $\boldsymbol{\alpha}^+$ sont obtenues via l'équation (2.43), qui se simplifie à

$$\mathbf{D}^+ \boldsymbol{\alpha}^+ - \mathbf{M}^+ \boldsymbol{\alpha}^+ = \sigma^2 \mathbf{1}_U . \quad (2.49)$$

Dans le but de démontrer que la puissance totale d'émission diminue à la fin de étape 2, considère la multiplication de (2.42) à gauche par $\boldsymbol{\Lambda}^{-1}$

$$\boldsymbol{\Lambda}^{-1} \mathbf{D}^+ \boldsymbol{\alpha}^- - \mathbf{M}^+ \boldsymbol{\alpha}^- = \sigma^2 \mathbf{1}_U \quad (2.50)$$

où l'inverse $\mathbf{\Lambda}^{-1}$ existe car $\mathbf{\Lambda}$ est une matrice diagonale.

En égalant les équations (2.49) et (2.50) et en posant $\boldsymbol{\alpha}^+ = \boldsymbol{\alpha}^- + \Delta\boldsymbol{\alpha}$, on peut écrire

$$\mathbf{D}^+\boldsymbol{\alpha}^- + \mathbf{D}^+\Delta\boldsymbol{\alpha} - \mathbf{M}^+\boldsymbol{\alpha}^- - \mathbf{M}^+\Delta\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{\Lambda}^{-1}\mathbf{D}^+\boldsymbol{\alpha}^- - \mathbf{M}^+\boldsymbol{\alpha}^- . \quad (2.51)$$

Maintenant, on résout l'équation (2.51) pour obtenir $\Delta\boldsymbol{\alpha}$, donné par

$$\Delta\boldsymbol{\alpha} = - \underbrace{(\mathbf{D}^+ - \mathbf{M}^+)^{-1}}_{\text{I}} \underbrace{(\mathbf{I}_U - \mathbf{\Lambda}^{-1})}_{\text{II}} \underbrace{\mathbf{D}^+\boldsymbol{\alpha}^-}_{\text{III}} . \quad (2.52)$$

Ainsi, pour que la puissance totale d'émission soit réduite par rapport à l'itération précédente, il suffit que tous les éléments du vecteur $\Delta\boldsymbol{\alpha}$ soient non-positifs et qu'au moins un soit négatif. Cette condition peut être vérifiée par l'analyse des termes I, II et III de l'équation (2.52). D'abord, comme tous les éléments de la matrice \mathbf{D}^+ et du vecteur $\boldsymbol{\alpha}^-$ sont positifs, alors le vecteur donné par le terme III a, lui aussi, tous les éléments positifs. Ensuite, la matrice donnée par le terme II possède tous les éléments positifs car $\lambda_{u,\max} < c^- = 1, \forall u$. Finalement, la matrice donnée par le terme I possède aussi tous les éléments non-négatifs, comme démontré dans le théorème 2.7.1. On en conclut donc que

$$\sum_{i=1}^U p_i^+ = \sum_{i=1}^U \alpha_i^+ < \sum_{i=1}^U \alpha_i^- = \sum_{i=1}^U p_i^- . \quad (2.53)$$

Alors, la deuxième condition pour qu'il y ait convergence est aussi satisfaite par l'algorithme DBPC.

2.7.7 Version rapide - algorithme F-DBPC

Dans le but de réduire le coût de calcul de l'algorithme DBPC, on propose deux modifications, l'une concernant la décomposition en éléments propres généralisée (étape 2 de l'algorithme) et l'autre concernant la mise à jour des puissances en voie montante (étape 5 de l'algorithme).

On propose d'abord de remplacer la décomposition en éléments propres généralisée par quelques itérations de la méthode de la puissance itérée [23]. Pour cela, on exprime la décomposition généralisée (2.23) d'une façon équivalente comme

$$\mathbf{R}_T^{-1}\mathbf{R}_u\mathbf{w}_u - \lambda_{u_T}\mathbf{w}_u = 0 \quad \forall u , \quad (2.54)$$

où λ_{u_T} est la valeur propre, la matrice \mathbf{R}_T est donnée par

$$\mathbf{R}_T = \sum_{i=1}^U \alpha_i \mathbf{R}_i + \sigma^2 \mathbf{I}_M \quad (2.55)$$

et l'existence de son inverse est assurée par le terme correspondant au bruit.

On remarque que le vecteur propre de (2.54) est aussi vecteur propre de (2.23), par contre la valeur propre λ_{u_T} n'est pas la même que λ_u . Cependant, on peut trouver un relation entre les deux valeurs propres. Pour cela, on écrit l'inverse du quotient de Rayleigh pour la décomposition (2.23), donné par

$$\frac{\mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_{T_u} \mathbf{w}_u}{\mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u} = \frac{1}{\zeta_u \lambda_u} \quad \forall u, \quad (2.56)$$

où $\mathbf{R}_{T_u} = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \alpha_i \mathbf{R}_i + \sigma^2 \mathbf{I}_M$. D'autre part, l'inverse du quotient de Rayleigh de la décomposition (2.54) s'écrit comme

$$\frac{\mathbf{w}_u^H (\mathbf{R}_{T_u} + \alpha_u \mathbf{R}_u) \mathbf{w}_u}{\mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u} = \frac{1}{\lambda_{u_T}} \quad \forall u. \quad (2.57)$$

Une analyse des expressions (2.56) et (2.57) montre que

$$\frac{1}{\lambda_{u_T}} = \frac{1}{\zeta_u \lambda_u} + \alpha_u \quad \forall u. \quad (2.58)$$

Et on peut résoudre l'équation précédente pour trouver

$$\lambda_u = \frac{\lambda_{u_T}}{\zeta_u (1 - \alpha_u \lambda_{u_T})} \quad \forall u. \quad (2.59)$$

Une approximation pour la valeur propre maximale λ_{u_T} et le vecteur propre correspondant \mathbf{w}_u peut être obtenue par quelques itérations de la méthode de la puissance itérée, donnée par

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= \mathbf{R}_T^{-1} \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u \\ \lambda_{u_T} &= \sqrt{\mathbf{v}^H \mathbf{v}} \\ \mathbf{w}_u &= \frac{1}{\lambda_{u_T}} \mathbf{v}. \end{aligned} \quad (2.60)$$

La deuxième modification correspond à la résolution du système linéaire en $\boldsymbol{\alpha}$, après la mise à jour des \mathbf{w}_u . On propose alors de remplacer la résolution de ce système linéaire par une simple mise à jour des puissances en voie montante de la façon suivante

$$\alpha_u = \frac{c}{\lambda_u}. \quad (2.61)$$

L'idée derrière cette mise à jour est que, pour chaque utilisateur u , à l'itération k on ne change que sa propre puissance α_u pour respecter les contraintes, en tenant compte des puissances α_i des autres utilisateurs à l'itération précédente ($k - 1$). De plus, la valeur de la constante de proportionnalité c peut être calculée à chaque itération de manière que la puissance maximale d'émission soit respectée. Pour cela,

on rappelle que la puissance totale en émission est donnée par $\sum_{u=1}^U \alpha_u$ et que l'on utilise l'expression (2.61). On en arrive alors à

$$\sum_{u=1}^U \alpha_u = c \sum_{u=1}^U \frac{1}{\lambda_u} \leq P_{max} . \quad (2.62)$$

Ainsi, pour que la contrainte de puissance maximale d'émission soit respectée, il suffit que $c \leq \frac{P_{max}}{\sum_{u=1}^U \frac{1}{\lambda_u}}$ et la constante c doit prendre la valeur suivante

$$c = \min \left(1, \frac{P_{max}}{\sum_{u=1}^U \frac{1}{\lambda_u}} \right) . \quad (2.63)$$

De cette façon, le calcul des matrices \mathbf{D} et \mathbf{M} n'est plus nécessaire, ainsi que la décomposition généralisée pour déterminer la valeur de c . Cela correspond à une réduction significative du coût de calcul.

Avec ces deux modifications, on en arrive à l'algorithme présenté au tableau 2.2, appelé *Fast-DBPC* (F-DBPC). Remarquons qu'en raison de l'inclusion de la contrainte de puissance, outre que tester la variation de la puissance totale de transmission, un critère d'arrêt sur la variation de la constante de proportionnalité c est nécessaire lorsque la puissance maximale est atteinte.

2.7.7.1 Coût de calcul

Le terme *fast* fait référence au temps de calcul global pour la convergence du F-DBPC, qui est inférieur au DBPC, et non pas au nombre d'itérations nécessaires. Typiquement, pour une même initialisation, le F-DBPC demande un plus grand nombre d'itérations pour converger que le DBPC. Par contre, le coût de calcul d'une seule itération du F-DBPC est largement inférieur à une itération du DBPC. La figure 2.5 montre l'évolution de la puissance en voie montante α_u pour chaque utilisateur u pour un scénario typique avec 9 utilisateurs.

Le coût de calcul de l'algorithme F-DBPC se doit, surtout, au calcul de la matrice $\mathbf{R}_T = \sum_{i=1}^U \alpha_i \mathbf{R}_i + \sigma^2 \mathbf{I}_M$, son inverse \mathbf{R}_T^{-1} et à la méthode de la puissance itérée. Le calcul de la matrice \mathbf{R}_T et son inverse présente une complexité de $UM^2 + \mathcal{O}(M^3)$, où le terme $\mathcal{O}(M^3)$ correspond à l'inversion matricielle, dont la complexité peut être réduite par l'utilisation de techniques adaptées à la structure de la matrice. Par ailleurs, la méthode de la puissance itérée présente un coût de calcul de $UM^2 + N_j U(M^2 + 2M)$ par itération du F-DBPC, où N_j dénote le nombre d'itérations de la méthode de la puissance itérée. Finalement, le coût de calcul total de l'algorithme F-DBPC est

Tab. 2.2: Algorithme F-DBPC

1. Initialisation

$$k = 1 \quad , \quad \boldsymbol{\alpha}(0) = \mathbf{0}_U$$

2. Calcul de la matrice $\mathbf{R}_T = \sum_{i=1}^U \alpha_i \mathbf{R}_i + \sigma^2 \mathbf{I}_M$ et son inverse \mathbf{R}_T^{-1}

3. Mise à jour des filtres $\mathbf{w}_u(k)$ en réalisant N_j itérations de la méthode de la puissance itérée, donnée par l'équation (2.60)

4. Calcul des valeurs propres $\lambda_u(k)$

$$\lambda_u(k) = \frac{\lambda_{uT}}{\zeta_u \left(1 - \alpha_u(k) \lambda_{uT}\right)} \quad \forall u$$

5. Calcul de la constante de proportionnalité : $c(k) = \min \left(1, \frac{P_{max}}{\sum_{u=1}^U \frac{1}{\lambda_u(k)}} \right)$

6. Calcul des puissances $\alpha_u(k)$

$$\alpha_u(k) = \frac{c(k)}{\lambda_u(k)} \quad \forall u$$

7. Condition d'arrêt sur la variation de la puissance d'émission ou sur la valeur de c si la puissance maximale a été atteinte

(a) Si $\left| \sum_{u=1}^U \alpha_u(k) - \sum_{u=1}^U \alpha_u(k-1) \right| > \Delta P$, alors $k = k + 1$ et retour à l'étape 2

(b) Sinon, si $\left| c(k) - c(k-1) \right| > \Delta c$, alors $k = k + 1$ et retour à l'étape 2

(c) Sinon, passage à l'étape 8

8. Calcul des matrices \mathbf{D} et \mathbf{M} selon les équations (2.30) et (2.31)

9. Calcul des puissances d'émission

$$\mathbf{p} = c(k) \sigma^2 (\mathbf{D} - c(k) \mathbf{M}^T)^{-1} \mathbf{1}_U$$

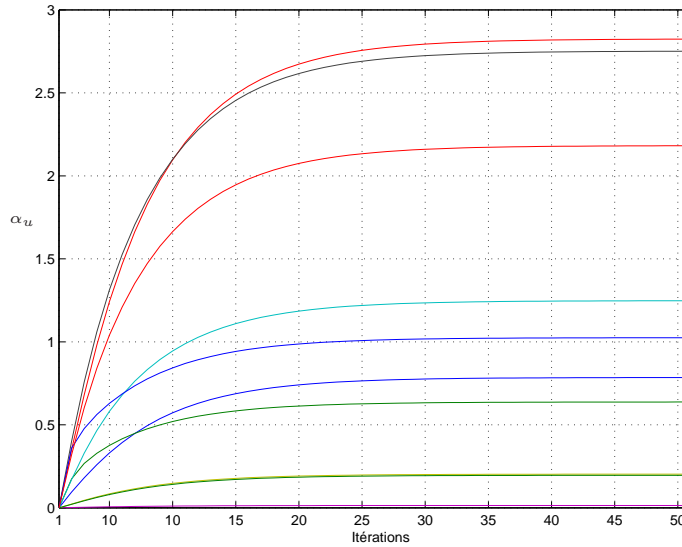


Fig. 2.5: Évolution de la puissance en voie montante α_u de chaque utilisateur u pour l'algorithme F-DBPC en fonction du nombre d'itérations.

donné par $\mathcal{O}(M^3) + 2UM^2 + N_jU(M^2 + 2M) + 5U + 1$, où le terme $5U + 1$ correspond au calcul des λ_u , de la constante c et des puissances α_u .

Grâce au faible coût de calcul par itération, l'algorithme F-DBPC est bien adapté aux applications où les MCS sont estimées de façon adaptative. Dans ce contexte, l'estimation de la MCS est légèrement perturbée à chaque nouveau bloc de données reçu. Alors, une seule itération du F-DBPC suffit pour obtenir les filtres et les puissances d'émission optimaux, à partir des anciennes valeurs. Pour une comparaison numérique des complexités des deux algorithmes, voir [53, pag. 153].

2.7.7.2 Convergence de l'algorithme F-DBPC

De façon équivalente au DBPC, une itération du F-DBPC peut être divisée en deux étapes, à savoir l'obtention des filtres spatiaux en émission via l'équation (2.60) et la mise à jour des puissances en voie montante, donnée par l'équation (2.61).

La première étape peut être vue comme un opérateur qui, appliqué aux puissances $\alpha_u(k-1)$ (de l'itération d'avant), donne comme résultat les filtres optimaux $\mathbf{w}_u(k)$. Remarquons que ces filtres sont optimaux au sens que les $RSIB_u(k)$ sont maximisés pour un jeu de $\alpha_u(k-1)$.

La deuxième étape est équivalente au contrôle de puissance en voie montante pour un seul capteur, où, à chaque itération, la SB calcule les puissances en voie montante de façon que les cibles soient respectées. Ce contrôle de puissance itératif converge vers l'allocation optimale de puissances, étant donné qu'il existe une solution faisable pour les cibles demandées. Dans le cas du F-DBPC, ce contrôle de puissance est précédé par l'étape du calcul des filtres optimaux, ce qui réduit l'interférence entre

les utilisateurs et, en conséquence, réduit la puissance nécessaire pour atteindre les cibles.

Une itération du contrôle de puissance correspond à la mise à jour des puissances en émission selon l'équation (2.61), qui peut être réécrite, en tenant compte de l'équation (2.56), comme

$$\alpha_u(k) = c\gamma_u \frac{\mathbf{w}_u^H(k) \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \alpha_i(k-1) \mathbf{R}_i + \sigma_\nu^2 \mathbf{I} \right) \mathbf{w}_u(k)}{\mathbf{w}_u^H(k) \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u(k)} \quad \forall u. \quad (2.64)$$

Au début, les puissances en voie montante $\alpha_u(0)$ sont initialisées à zéro. Par conséquent, le premier jeu de filtres $\mathbf{w}_u(1)$ ne prend en compte que le bruit thermique σ_ν^2 . De même pour les puissances, obtenues par

$$\alpha_u(1) = c\gamma_u \frac{\sigma_\nu^2}{\mathbf{w}_u(1)^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u(1)} \quad \forall u. \quad (2.65)$$

Les puissances obtenues à l'itération $k = 1$ sont sous-estimées par rapport aux puissances optimales α_u^{opt} , i.e., $\alpha_u(1) \leq \alpha_u^{\text{opt}}$. D'autre part, on montrera par la suite que les puissances $\alpha_u(k)$ sont toujours sous-estimées par rapport aux puissances de l'itération d'après, c'est-à-dire que $\alpha_u(k) < \alpha_u(k+1)$. Pour cela, considérons la deuxième étape de l'itération k . Avant la mise à jour des puissances, on a l'inégalité suivante

$$\frac{\alpha_u(k-1) \mathbf{w}_u^H(k) \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u(k)}{\mathbf{w}_u^H(k) \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \alpha_i(k-1) \mathbf{R}_i + \sigma^2 \mathbf{I} \right) \mathbf{w}_u(k)} < c\gamma_u \quad \forall u. \quad (2.66)$$

Alors, après la mise à jour des puissances par l'équation (2.64), on obtient le nouveau jeu de puissances $\alpha_u(k)$ tel que $\alpha_u(k) > \alpha_u(k-1) \forall u$. Les puissances à l'itération k respectent l'égalité suivante

$$\frac{\alpha_u(k) \mathbf{w}_u^H(k) \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u(k)}{\mathbf{w}_u^H(k) \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \alpha_i(k-1) \mathbf{R}_i + \sigma^2 \mathbf{I} \right) \mathbf{w}_u(k)} = c\gamma_u \quad \forall u. \quad (2.67)$$

Remarquons que l'interférence entre les utilisateurs, exprimée par le terme $\mathbf{w}_u^H(k) \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \alpha_i(k-1) \mathbf{R}_i \right) \mathbf{w}_u$, a été sous-estimée puisqu'elle est calculée avec les puissances de l'itération d'avant. Ainsi, lorsqu'on remplace les anciennes puissances

$\alpha_u(k-1)$ par les nouvelles, l'interférence augmente et les RSIB diminuent. Ce RSIB est donné par

$$\frac{\alpha_u(k) \mathbf{w}_u^H(k) \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u(k)}{\mathbf{w}_u^H(k) \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \alpha_i(k) \mathbf{R}_i + \sigma^2 \mathbf{I} \right) \mathbf{w}_u(k)} < c\gamma_u \quad \forall u. \quad (2.68)$$

Au début de l'itération suivante ($k+1$), les filtres sont mis à jour en utilisant les $\alpha_u(k)$ et le nouveau jeu de filtres $\mathbf{w}_u(k+1)$ est tel que

$$\frac{\alpha_u(k) \mathbf{w}_u^H(k+1) \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u(k+1)}{\mathbf{w}_u^H(k+1) \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \alpha_i(k) \mathbf{R}_i + \sigma^2 \mathbf{I} \right) \mathbf{w}_u(k+1)} < c\gamma_u \quad \forall u. \quad (2.69)$$

Après la mise à jour des filtres $\mathbf{w}_u(k+1)$, les RSIB sont plus proches des cibles $c\gamma_u$. On peut donc écrire

$$\frac{\alpha_u(k) \mathbf{w}_u^H(k+1) \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u(k+1)}{\mathbf{w}_u^H(k+1) \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \alpha_i(k) \mathbf{R}_i + \sigma^2 \mathbf{I} \right) \mathbf{w}_u(k+1)} > \frac{\alpha_u(k) \mathbf{w}_u^H(k) \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u(k)}{\mathbf{w}_u^H(k) \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \alpha_i(k) \mathbf{R}_i + \sigma^2 \mathbf{I} \right) \mathbf{w}_u(k)} \quad \forall u. \quad (2.70)$$

Pendant l'exécution de l'algorithme, l'interférence entre les utilisateurs approche sa vraie valeur et les puissances en voie montante convergent vers la solution optimale. On a démontré que chaque puissance évolue selon l'inégalité suivante : $\alpha_u(k) < \alpha_u(k+1) \leq \alpha_u^{\text{opt}}$. Alors, on en conclut que

$$\sum_{u=1}^U \alpha_u(k) < \sum_{u=1}^U \alpha_u(k+1) \leq \sum_{u=1}^U \alpha_u^{\text{opt}} \leq P_{\max}. \quad (2.71)$$

De cette façon, on a démontré que, à partir de l'initialisation $\alpha_u(0) = 0$, l'algorithme F-DBPC converge vers la solution optimale.

2.8 Les capteurs virtuels revus - le cas multi-utilisateurs

On rappelle que, dans le cas multi-utilisateurs, la formation de voie est indispensable pour assurer une qualité de lien minimale aux utilisateurs, contrairement au cas mono-utilisateur, où la formation de voie est un accessoire pour améliorer la qualité du lien. De plus, il n'existe pas dans la littérature des techniques de diversité de transmission multi-utilisateurs. Par conséquent, dans le cas multi-utilisateurs, allier la diversité de transmission à la formation de voie reste un problème ouvert.

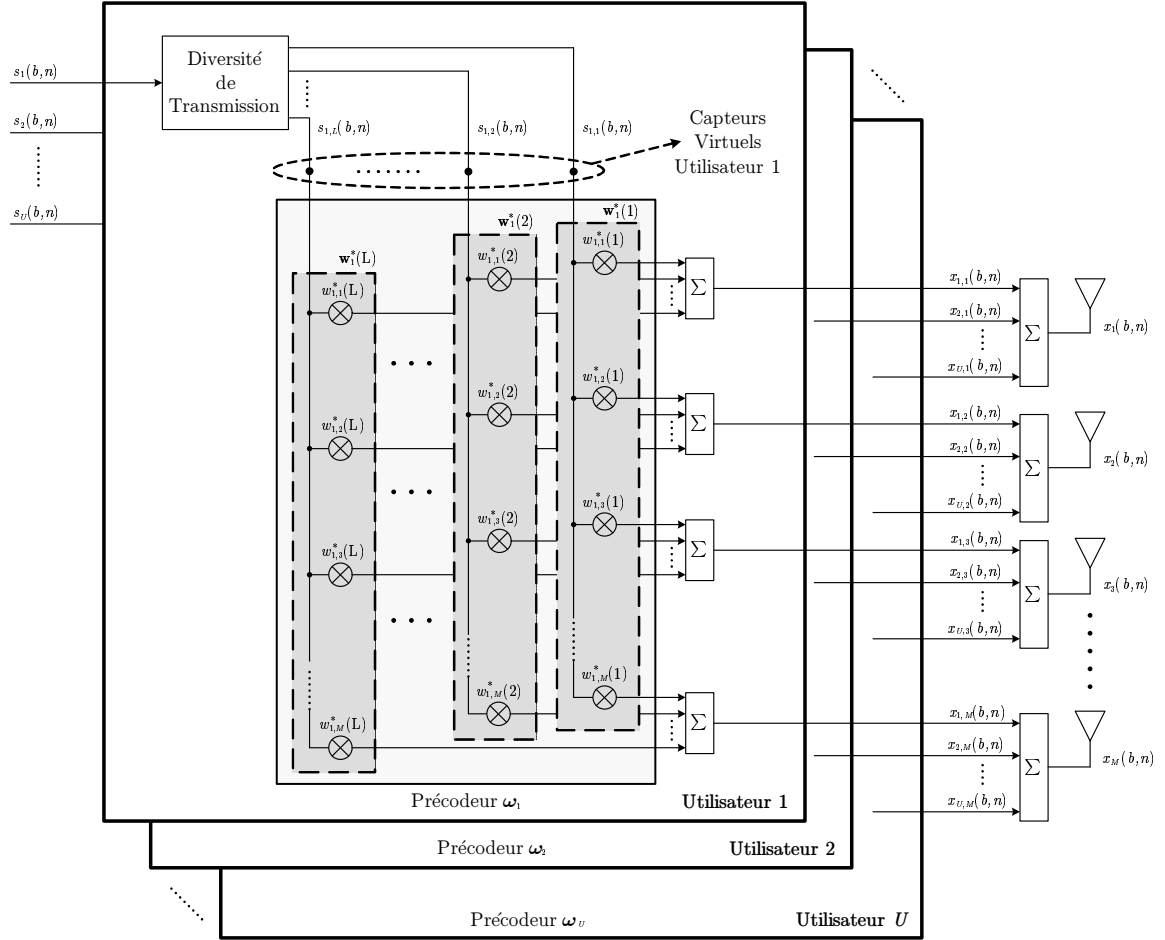


Fig. 2.6: Schéma de transmission multi-utilisateurs : précodeur ω_u appliqué à l'antenne multi-capteurs à la SB et diversité de transmission appliquée aux antennes virtuelles.

On propose donc une extension du concept de capteurs virtuels présenté à la section 2.6 au cas multi-utilisateurs dans le but d'allier la diversité de transmission pour chaque utilisateur à la formation de voie multi-utilisateurs. On considère l'utilisation d'un précodeur ω_u pour chaque utilisateur u à la place d'un filtre purement spatial \mathbf{w}_u . Les techniques de diversité de transmission sont alors appliquées aux capteurs virtuels de chaque utilisateur, comme montré dans la figure 2.6.

La fonction du précodeur, pour chaque utilisateur, est analogue à celle du cas mono-utilisateur, la différence étant que maintenant toutes les couches $\mathbf{w}_u(l)$ de l'utilisateur u doivent émettre dans la direction de l'utilisateur u et éviter de polluer tous les autres utilisateurs. Si l'antenne multi-capteurs possède un degré de liberté suffisamment élevé, chaque couche peut réaliser cette tâche avec des pondérations différentes de façon à décorrélérer les capteurs virtuels de l'utilisateur u et créer de la diversité spatiale (qui sera exploitée par la technique de diversité de transmission spécifique à chaque utilisateur).

Comme dans le cas mono-utilisateur, la question qui se pose est de trouver le précodeur optimal en tenant compte du problème multi-utilisateurs. Il va sans dire qu'il y a toujours le problème de l'allocation de puissance entre les différents utilisateurs pour respecter la qualité de service demandée par chacun. Ces points seront étudiés dans le chapitre 4, où l'on propose un critère basé sur la minimisation de la puissance d'émission sous des contraintes sur le TEB de chaque utilisateur.

2.9 Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté les techniques de diversité de transmission classiques dans un contexte mono-utilisateur et celles de formation de voie classiques aussi bien dans un contexte mono-utilisateur que dans un contexte multi-utilisateurs. En ce qui concerne les techniques de formation de voie multi-utilisateurs, on a détaillé plus particulièrement la technique DBPC et sa version simplifiée F-DBPC. On a aussi démontré la convergence de l'algorithme F-DBPC, en suivant la même démarche que pour la preuve de convergence de l'algorithme DBPC.

Dans le but d'allier la diversité de transmission à la formation de voie, on a aussi proposé un schéma de transmission basé sur l'utilisation d'un précodeur entre la technique de diversité de transmission, qui peut être quelconque, et l'antenne multi-capteurs. L'utilisation de ce précodeur, formé par plusieurs *couches* de filtres purement spatiaux, nous a mené au concept de capteurs virtuels par l'observation que le précodeur peut être vu comme une transformation appliquée aux capteurs réels. Le précodeur joue donc un double rôle, celui de réaliser la formation de voie et celui de créer de la diversité au niveau des capteurs virtuels. Diversité qui peut être exploitée par une technique de diversité de transmission classique quelconque. Ce schéma a aussi été étendu au cas multi-utilisateurs par l'utilisation d'un précodeur par utilisateur.

On observe aussi que les critères et algorithmes existants ne sont pas adaptés au schéma proposé. Ainsi, l'obtention du précodeur optimal afin de mieux utiliser la puissance d'émission disponible à la station de base sera le sujet des deux prochains chapitres. Dans le chapitre 3 on s'intéresse au cas mono-utilisateur et dans le chapitre 4 au cas multi-utilisateurs.

3

Techniques mono-utilisateur

3.1 Introduction

Dans ce chapitre, on étudie les questions suscitées au chapitre 2 sur l'allocation optimale de puissance entre les couches pour un précodeur donné et l'obtention du précodeur optimal. On présente deux techniques pour déterminer le précodeur. Ces techniques reposent sur des critères différents, mais leur but est le même, à savoir combiner la directivité fournie par la technique de formation de voie classique avec la diversité fournie par les techniques de diversité de transmission. Et cela selon les conditions du canal et la puissance d'émission disponible de façon à mieux profiter du canal de transmission disponible.

On commence ce chapitre par une analyse de la diversité de transmission dans des conditions optimales, à savoir canal décorrélé et équilibré. Le canal est dit équilibré quand l'atténuation moyenne entre chaque capteur et l'antenne du terminal mobile est la même. On montre, dans ces conditions, qu'une répartition égale de puissance entre les capteurs conduit à la diversité maximale et, asymptotiquement, au TEB minimal. On s'intéresse ensuite à l'allocation optimale de puissance pour un canal décorrélé et déséquilibré dans le sens de minimiser le TEB en fonction de la puissance d'émission. On montre encore qu'un canal corrélé est équivalent à un canal décorrélé et déséquilibré.

À partir des résultats et observations concernant la diversité de transmission et l'allocation optimale de puissance, on propose un premier critère pour déterminer le précodeur basé sur la minimisation de la variance de la puissance reçue par le mobile. On observe cependant que la seule minimisation de la variance exploite la diversité du canal au détriment de la directivité. Cela peut conduire à des cas où la puissance

d'émission doit être très élevée pour une faible puissance moyenne de réception. Il y a donc un compromis entre la minimisation de la variance et le gain de directivité. Ainsi, on introduit une pénalité concernant la puissance d'émission pour régler ce compromis.

Néanmoins, il est difficile d'adapter ce compromis en fonction du canal et de la puissance d'émission. Pour surmonter ce problème, on propose un deuxième critère basé sur la minimisation directe du TEB au niveau du récepteur. La solution ainsi trouvée, puisqu'optimale au sens du TEB, conduit toujours au meilleur compromis directivité *versus* diversité, comme le montrent les résultats des simulations.

3.2 Précodeur et diversité de transmission

Considérons le schéma de transmission composé d'un précodeur et d'une technique de diversité de transmission présenté dans la figure 2.3 et répété ici dans la figure 3.1 par convenance.

Le signal reçu $y(b, n)$ s'écrit

$$y(b, n) = \mathbf{x}^T(b, n)\mathbf{h}(b) + \nu(b, n) , \quad (3.1)$$

où $\mathbf{x}(b, n) = [x_1(b, n) \ x_2(b, n) \ \cdots \ x_M(b, n)]^T$ est le vecteur de signaux capteurs et $\mathbf{h}(b) = [h_1(b) \ h_2(b) \ \cdots \ h_M(b)]^T$ est le vecteur canal.

Le vecteur de signaux capteurs $\mathbf{x}(b, n)$ est donné par

$$\mathbf{x}(b, n) = \sum_{l=1}^L \mathbf{w}^*(l)\check{s}_l(b, n) , \quad (3.2)$$

où $\check{s}_l(b, n)$ sont les signaux appliqués aux capteurs virtuels (définis à la section 2.6) après la diversité de transmission et $\mathbf{w}^*(l) = [w_1^*(l) \ w_2^*(l) \ \cdots \ w_M^*(l)]^T$ est la couche l du précodeur $\boldsymbol{\omega}$. On peut encore écrire $\mathbf{x}(b, n)$ sous forme matricielle comme

$$\mathbf{x}(b, n) = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{w}^*(1) & \mathbf{w}^*(2) & \cdots & \mathbf{w}^*(L) \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} \check{s}_1(b, n) \\ \check{s}_2(b, n) \\ \vdots \\ \check{s}_L(b, n) \end{bmatrix}}_{\check{\mathbf{s}}(b, n)} , \quad (3.3)$$

où $\check{\mathbf{s}}(b, n)$ est le vecteur des signaux virtuels.

En remplaçant $\mathbf{x}(b, n)$ à l'équation (3.1) par son expression en (3.3), on peut alors réécrire le signal $y(b, n)$ comme

$$y(b, n) = \check{\mathbf{s}}(b, n)^T \mathbf{W}^H \mathbf{h}(b) + \nu(b, n) , \quad (3.4)$$

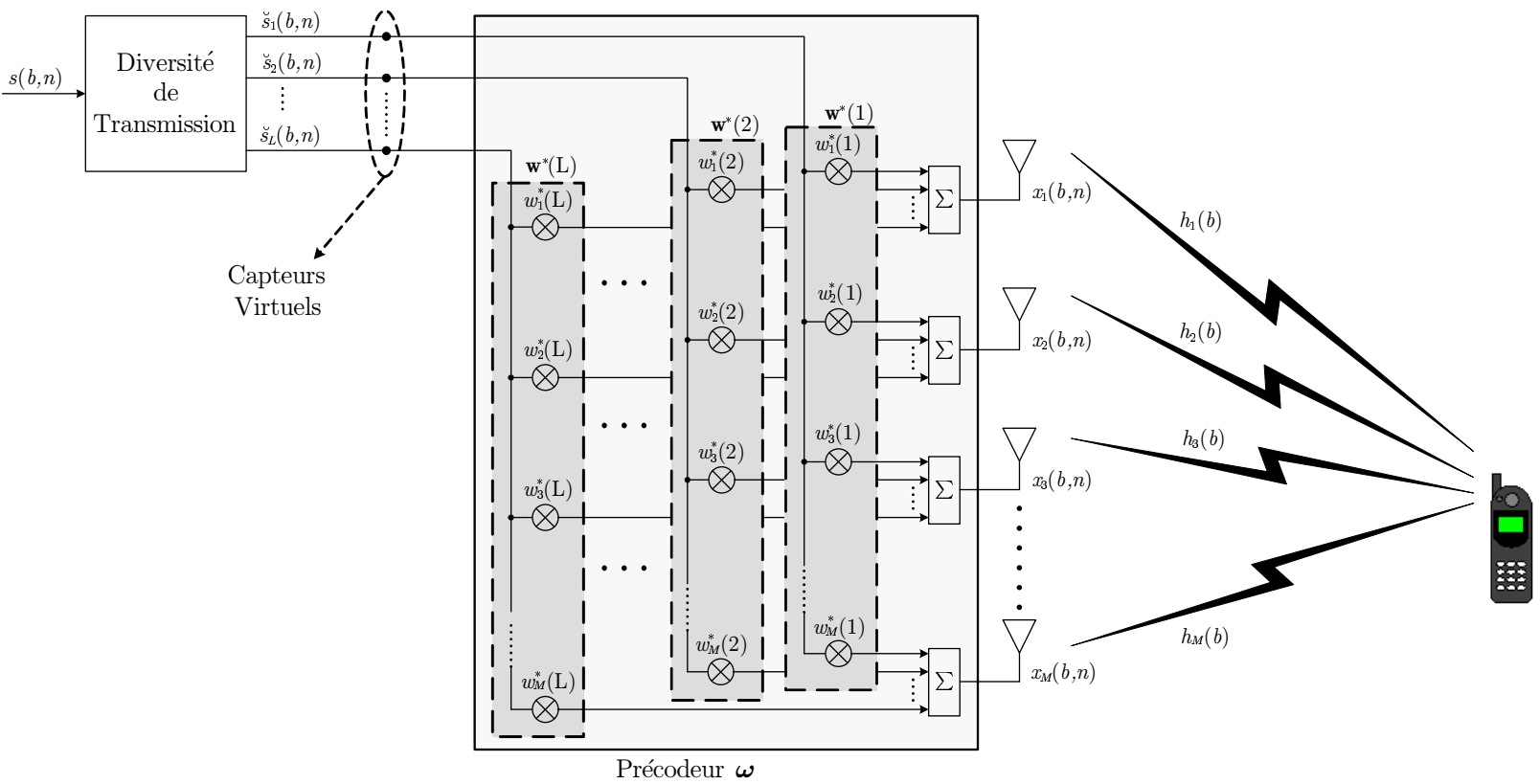


Fig. 3.1: Schéma de transmission : précodeur ω appliqué à l'antenne multi-capteurs à la SB et diversité de transmission appliquée aux capteurs virtuels.

où $\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{w}(1) & \mathbf{w}(2) & \cdots & \mathbf{w}(L) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$ est la matrice de précodage, aussi appelée précodeur. Ce précodeur est normalisé de façon que $\|\mathbf{W}\|_F = 1$ ou, de façon équivalente, $\sum_{l=1}^L \|\mathbf{w}(l)\|^2 = 1$. Cette normalisation assure que la puissance délivrée à l'antenne multi-capteur est la même que la puissance du signal $s(b, n)$.

D'après (3.4), on peut voir le précodeur \mathbf{W} comme une transformation appliquée au canal $\mathbf{h}(b)$. En posant $\check{\mathbf{h}}(b) = \mathbf{W}^H \mathbf{h}(b)$ comme le canal virtuel qui lie les capteurs virtuels au mobile, on aboutit à

$$y(b, n) = \check{\mathbf{s}}(b, n)^T \check{\mathbf{h}}(b) + \nu(b, n) , \quad (3.5)$$

où $\check{\mathbf{h}}(b) = [\check{h}_1(b) \quad \check{h}_2(b) \quad \cdots \quad \check{h}_L(b)]^T$.

Ainsi, la MCS instantanée du canal virtuel $\check{\mathbf{h}}(b)$ s'exprime comme

$$\check{\mathbf{R}}(b) = \check{\mathbf{h}}(b)\check{\mathbf{h}}(b)^H = \mathbf{W}^H [\mathbf{h}(b)\mathbf{h}(b)^H] \mathbf{W} = \mathbf{W}^H \mathbf{R}(b) \mathbf{W} , \quad (3.6)$$

et la MCS (moyenne) vaut

$$\check{\mathbf{R}} = \mathbb{E}\{\check{\mathbf{R}}(b)\} = \mathbf{W}^H \mathbb{E}\{\mathbf{R}(b)\} \mathbf{W} = \mathbf{W}^H \mathbf{R} \mathbf{W} , \quad (3.7)$$

où $\mathbf{R}(b)$ et \mathbf{R} sont la MCS instantanée et moyenne du canal $\mathbf{h}(b)$, respectivement.

L'équation (3.7) montre que la matrice $\check{\mathbf{R}}$ est le résultat de la transformation de la matrice \mathbf{R} par la matrice de précodage \mathbf{W} . Alors, il se pose la question de comment choisir cette matrice de précodage. Pour répondre à cette question, étudions d'abord plus en détail la diversité de transmission et comment elle contribue à l'amélioration des performances du système.

3.2.1 Diversité de transmission

Partons du cas général où les capteurs virtuels ont une certaine corrélation et la transmittance de chaque canal virtuel $\check{h}_l(b)$ est différente, c'est-à-dire que le canal est corrélé et déséquilibré. Supposons que la technique de diversité de transmission employée soit capable d'atteindre la *full diversity* (diversité maximale), c'est-à-dire que, après réception, le canal équivalent entre les symboles $s(b, n)$ émis et les symboles reçus est donné par

$$\check{h}_{\text{eq}}(b) = \sqrt{\sum_{l=1}^L |\check{h}_l(b)|^2} = \sqrt{\sum_{l=1}^L |\mathbf{w}(l)^H \mathbf{h}(b)|^2} . \quad (3.8)$$

La couche l du précodeur, $\mathbf{w}(l)$, joue deux rôles dans la transformation des capteurs réels. Le premier, c'est la combinaison des M capteurs réels pour obtenir chaque capteur virtuel l . Le deuxième rôle, c'est la répartition de puissance entre les différentes couches. Pour mettre en évidence le double rôle des couches, on réécrit (3.8) comme

$$\check{h}_{\text{eq}}(b) = \sqrt{\sum_{l=1}^L \|\mathbf{w}(l)\|^2 \left| \frac{\mathbf{w}(l)^H}{\|\mathbf{w}(l)\|} \mathbf{h}(b) \right|^2}. \quad (3.9)$$

Posons $p_l = \|\mathbf{w}(l)\|^2$ comme la puissance relative associée à la couche l et $\check{h}_l^{\text{norm}}(b) = \frac{\mathbf{w}(l)^H}{\|\mathbf{w}(l)\|} \mathbf{h}(b)$ comme le canal virtuel l normalisé. De façon à respecter la normalisation de \mathbf{W} pour conserver la puissance d'émission, il faut que

$$\sum_{l=1}^L p_l = 1. \quad (3.10)$$

Finalement, on peut écrire le canal équivalent comme

$$\check{h}_{\text{eq}}(b) = \sqrt{\sum_{l=1}^L p_l |\check{h}_l^{\text{norm}}(b)|^2}. \quad (3.11)$$

Ainsi, le RSB au niveau du mobile vaut

$$\gamma_{\text{fd}}(b) = P_{\text{TX}} \sum_{l=1}^L p_l \frac{|\check{h}_l^{\text{norm}}(b)|^2}{\sigma_v^2}, \quad (3.12)$$

où P_{TX} est la puissance d'émission à la SB. On remarque que chaque signal virtuel $\check{s}_l(b, n)$ présente une puissance P_{TX} .

On remarque que le terme $|\check{h}_l^{\text{norm}}(b)|^2 / \sigma_v^2$ correspond au RSB normalisé¹ relatif au canal l , que l'on appellera $g_l(b)$ par la suite. Les RSB normalisés $g_l(b)$ sont des variables aléatoires en b dont la distribution dépend des distributions des coefficients $h_m(b)$. Par exemple, pour le cas de canaux de Rayleigh, la distribution de $g_l(b)$ est une χ^2 à 2 degrés de liberté.

Le RSB moyen du lien est donné par

$$\bar{\gamma}_{\text{fd}} = \mathbb{E}\{\gamma_{\text{fd}}(b)\} = P_{\text{TX}} \sum_{l=1}^L p_l \frac{\sigma_{\check{h}_l}^2}{\sigma_v^2}, \quad (3.13)$$

¹On appelle RSB normalisé le rapport entre la transmittance du canal et le bruit en réception. Ça serait le RSB obtenu pour une puissance d'émission unité.

où $\sigma_{\check{h}_l}^2$ est la transmittance du l -ième canal virtuel normalisé, donnée par

$$\begin{aligned}\sigma_{\check{h}_l}^2 &= \mathbb{E} \left\{ \left| \check{h}_l^{\text{norm}}(b) \right|^2 \right\} = \frac{\mathbf{w}(l)^H}{\|\mathbf{w}(l)\|} \mathbb{E} \left\{ \mathbf{h}(b) \mathbf{h}(b)^H \right\} \frac{\mathbf{w}(l)}{\|\mathbf{w}(l)\|} \\ &= \frac{\mathbf{w}(l)^H \mathbf{R} \mathbf{w}(l)}{\|\mathbf{w}(l)\|^2}.\end{aligned}\tag{3.14}$$

Mettons-nous dans le cas où les hypothèses classiques de diversité de transmission sont respectées, c'est-à-dire que les capteurs virtuels sont décorrélés et tous les canaux virtuels ont la même transmittance $\sigma_{\check{h}}^2$. Ainsi, on en arrive à

$$\bar{\gamma}_{\text{fd}} = P_{\text{TX}} \frac{\sigma_{\check{h}}^2}{\sigma_{\nu}^2} \sum_{l=1}^L p_l = \frac{P_{\text{TX}} \sigma_{\check{h}}^2}{\sigma_{\nu}^2},\tag{3.15}$$

où on a utilisé le fait que le précodeur est normalisé à 1, voir (3.10).

L'équation (3.15) montre qu'en termes de RSB moyen, pour un canal équilibré, l'utilisation d'une antenne multi-capteurs n'apporte pas de gain par rapport à l'utilisation d'un seul capteur. Et cela pour n'importe quelle répartition de puissance entre les capteurs virtuels. Ainsi, on en conclut que la diversité de transmission, contrairement à la diversité de réception, n'apporte pas de gain d'antenne.

Cependant, à cause du fading, le RSB *moyen* n'est pas représentatif de la qualité du lien. En fait, il faut aussi prendre en compte les moments où le RSB instantané est faible, qui vont être déterminants pour la probabilité d'erreur. C'est là que la diversité de transmission apporte un gain, appelé gain de diversité, qui est le même que celui qu'apporterait la diversité de réception dans le même scénario.

La figure 3.2 montre la fonction densité de probabilité (fdp) de $\gamma_{\text{fd}}(b)$ pour différents nombres de capteurs L et la puissance d'émission également répartie entre les L capteurs virtuels, i.e., $p_1 = p_2 = \dots = p_l = 1/L$. On a aussi réglé la puissance d'émission P_{TX} de façon à ce que le RSB moyen vaille 1. On observe que la distribution du RSB est de plus en plus concentrée lorsque le nombre de capteurs virtuels L augmente. Cela veut dire que la probabilité d'avoir des blocs avec un RSB faible diminue considérablement avec l'augmentation de L . Asymptotiquement, le RSB se comporterait comme pour un canal à Bruit Additif Blanc Gaussien (BABG), c'est-à-dire que le RSB serait constant et égal à $\bar{\gamma}_{\text{fd}}$.

Le gain de diversité apporté par la diversité de transmission vient de la distribution des RSB observés sur différents blocs, qui est plus concentrée autour de la moyenne que celle obtenue avec un seul canal $h_l(b)$. Pour une explication plus détaillée des différences entre les techniques de diversité en transmission et en réception, voir [34].

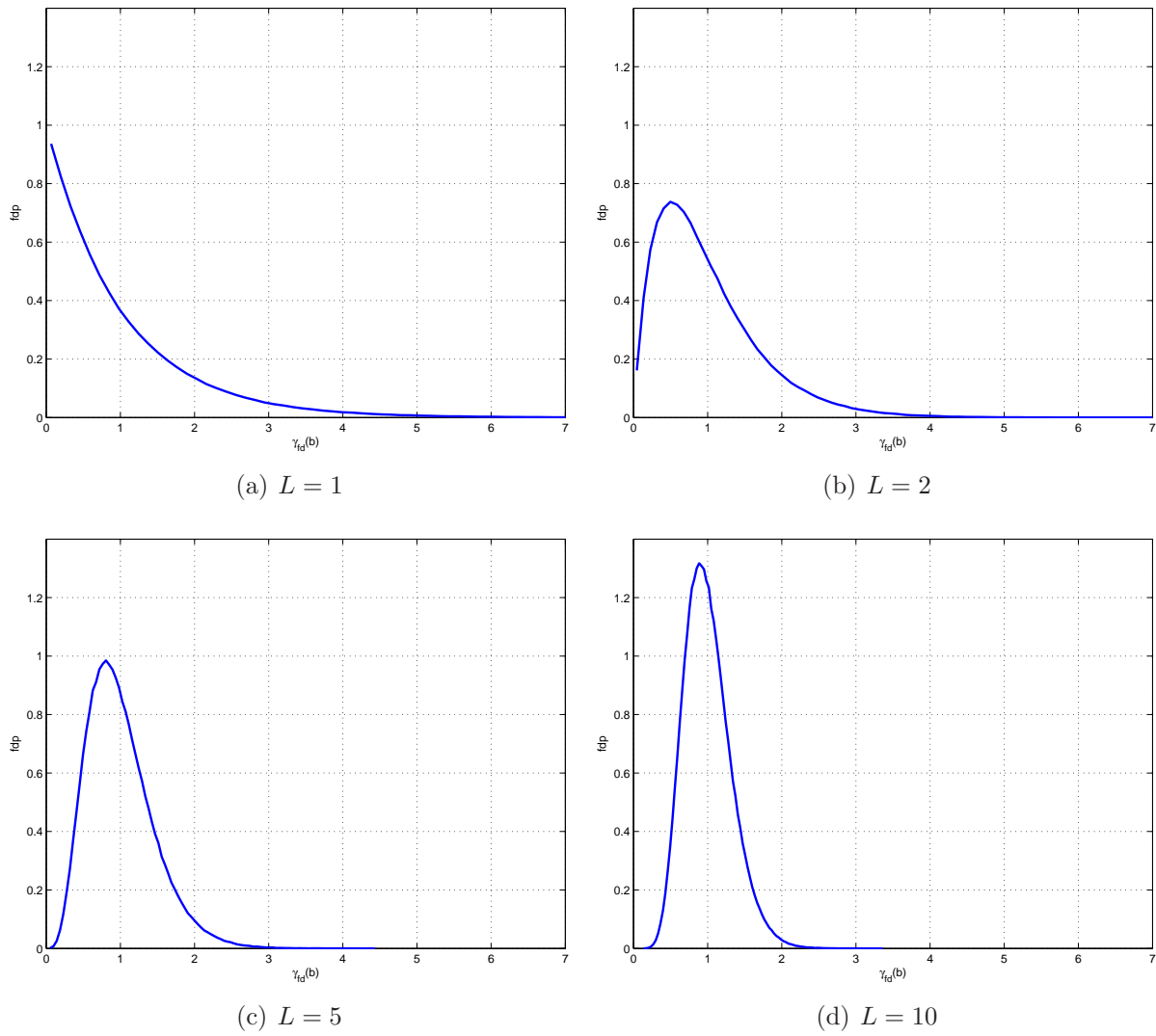


Fig. 3.2: Fonction densité de probabilité (fdp) de $\gamma_{fd}(b)$ pour différentes valeurs de L et répartition égale de puissance entre les capteurs.

3.2.1.1 Canaux déséquilibrés et RSB moyen

Revenons au RSB moyen du lien, mais en considérant maintenant un déséquilibre entre les canaux virtuels. De façon générale, on peut écrire

$$\sigma_{h_1}^2 \geq \sigma_{h_2}^2 \geq \dots \geq \sigma_{h_L}^2 . \quad (3.16)$$

Le RSB moyen obtenu par l'utilisation d'une technique de DT serait

$$\bar{\gamma}_{\text{fd}} = P_{\text{TX}} \sum_{l=1}^L \frac{1}{L} \frac{\sigma_{h_l}^2}{\sigma_{\nu}^2} = P_{\text{TX}} \frac{\frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \sigma_{h_l}^2}{\sigma_{\nu}^2} = P_{\text{TX}} \frac{\bar{\sigma}_h^2}{\sigma_{\nu}^2} , \quad (3.17)$$

où $\bar{\sigma}_h^2 = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \sigma_{h_l}^2$ est la transmittance moyenne des canaux virtuels.

La connaissance des transmittances du canal $\sigma_{h_l}^2$ au niveau de l'émetteur permet une allocation de la puissance d'émission de façon à maximiser le RSB moyen, exprimé par (3.13).

Il est évident que l'allocation optimale pour maximiser $\bar{\gamma}_{\text{fd}}$ correspond à la seule utilisation du capteur avec le meilleur canal (avec toute la puissance d'émission). D'après (3.16), le meilleur canal est le canal numéro 1 et donc l'allocation optimale est la suivante

$$p_l = \begin{cases} 1 & l = 1 \\ 0 & l > 1 \end{cases} . \quad (3.18)$$

Par conséquent, le RSB moyen maximal vaut

$$\bar{\gamma}_{\text{opt}} = \frac{P_{\text{TX}} \sigma_{h_1}^2}{\sigma_{\nu}^2} . \quad (3.19)$$

On observe qu'en maximisant le RSB moyen, on a décidé de ne pas exploiter la diversité du canal, puisque l'on n'utilise qu'un seul capteur pour émettre. Ce faisant, la queue de la distribution n'a pas été réduite. De façon globale, il y a un compromis entre augmenter le RSB moyen et réduire la queue de la distribution (en utilisant la diversité du canal). Ce compromis sera étudié plus en détail dans la section 3.5.

3.3 Diversité de transmission et TEB

Considérons un système de transmission avec des canaux de Rayleigh et l'utilisation d'une technique de transmission classique. Comme montré en [34, eq. (5.57)], le TEB au niveau du récepteur peut être borné, à RSB élevé, par

$$P_e \leq \frac{\bar{N}_e}{N} \left(\frac{d_{\min}^2 P_{\text{TX}}}{8 \sigma_{\nu}^2} \right)^{-r} \prod_{i=1}^r \lambda_i^{-1}(\check{\mathbf{R}}) , \quad (3.20)$$

où N est le nombre de bits par symbole, d_{\min}^2 est la distance minimale entre 2 points de la constellation normalisée à puissance unité, \bar{N}_e est le nombre moyen de voisins à distance minimale pour la modulation utilisée, r est le rang de la matrice $\check{\mathbf{R}}$ et $\lambda_i(\check{\mathbf{R}})$ est la i -ème valeur propre de $\check{\mathbf{R}}$ [la matrice $\check{\mathbf{R}}$ est définie par l'équation (3.7)].

Notons que cette borne est valable pour une répartition égale de la puissance d'émission entre les capteurs [34]. De plus, on considère les canaux virtuels par le biais de la matrice de covariance $\check{\mathbf{R}}$ pour convenance de notation, mais les résultats sont généraux et s'appliquent à n'importe quel canal. L'influence du précodeur \mathbf{W} sera pris en compte dans la section 3.4, où on présentera l'allocation optimale de puissance pour minimiser le TEB.

Posons d'abord $g_{\check{\mathbf{R}}} = \prod_{i=1}^r \lambda_i^{-1}(\check{\mathbf{R}})$. On peut donc réécrire (3.20) comme

$$P_e \leq \frac{\bar{N}_e}{N} \left(\frac{d_{\min}^2 P_{\text{TX}}}{8 \sigma_\nu^2} (g_{\check{\mathbf{R}}})^{-\frac{1}{r}} \right)^{-r} = \varsigma \left(\frac{P_{\text{TX}}}{\sigma_\nu^2} (g_{\check{\mathbf{R}}})^{-\frac{1}{r}} \right)^{-r}, \quad (3.21)$$

où $\varsigma = \frac{\bar{N}_e}{N} \left(\frac{d_{\min}^2}{8} \right)^{-r}$ est une constante qui dépend seulement de la modulation choisie et du rang du canal.

On voit alors que la pente asymptotique du TEB (à RSB élevé et en échelle log) est donnée par $-r$, c'est pourquoi r est aussi appelé ordre de diversité du canal. D'autre part, la diversité de transmission apporte aussi un gain de codage (que l'on peut aussi appeler gain d'antenne) de $(g_{\check{\mathbf{R}}})^{-\frac{1}{r}}$. Cette borne nous permet de comparer les performances asymptotiques de deux canaux $\check{\mathbf{h}}_1(b)$ et $\check{\mathbf{h}}_2(b)$ en termes d'ordre de diversité et de gain de codage obtenus en fonction de chaque canal.

Considérons deux canaux de même transmittance de MCS $\check{\mathbf{R}}_1$ et $\check{\mathbf{R}}_2$. La condition de même transmittance se traduit comme $\text{tr}(\check{\mathbf{R}}_1) = \text{tr}(\check{\mathbf{R}}_2)$. Remarquons que la trace d'une matrice est égale à la somme des valeurs propres de cette matrice. Ainsi, on a $\sum_{i=1}^r \lambda_i(\check{\mathbf{R}}_1) = \sum_{i=1}^r \lambda_i(\check{\mathbf{R}}_2)$ et on peut comparer ses deux canaux en termes de puissance d'émission requise pour atteindre le même TEB.

En écrivant l'équation (3.21) pour $\check{\mathbf{R}}_1$ et $P_{\text{TX}}^{(1)}$, pour $\check{\mathbf{R}}_2$ et $P_{\text{TX}}^{(2)}$ et en égalant ses expressions, on obtient

$$P_{\text{TX}}^{(1)} = P_{\text{TX}}^{(2)} \left(\frac{g_{\check{\mathbf{R}}_1}}{g_{\check{\mathbf{R}}_2}} \right)^{\frac{1}{r}}. \quad (3.22)$$

Pour le canal 2, mettons-nous dans le cas où les hypothèses classiques de diversité de transmission sont respectées, c'est-à-dire que les capteurs sont décorrélés et équilibrés. Alors, la MCS a rang $r = L$ et les valeurs propres valent

$$\lambda_1(\check{\mathbf{R}}_2) = \lambda_2(\check{\mathbf{R}}_2) = \dots = \lambda_L(\check{\mathbf{R}}_2) = 1, \quad (3.23)$$

où, sans perte de généralité, on a normalisé les valeurs propres à 1 pour simplifier le développement mathématique dans ce qui suit.

Aussi, le terme $g_{\check{\mathbf{R}}_2}$ est donné par

$$g_{\check{\mathbf{R}}_2} = \prod_{i=1}^L 1 = 1 . \quad (3.24)$$

Ainsi, la pénalité en puissance d'un canal quelconque $\check{\mathbf{R}}$ de rang L par rapport à la puissance du canal *idéal*, pour obtenir le même TEB, est donnée par

$$\frac{P_{\text{TX}}}{P_{\text{TX}}^{\text{idéal}}} = (g_{\check{\mathbf{R}}})^{\frac{1}{L}} . \quad (3.25)$$

EXEMPLE 3.1: Canal déséquilibré

Considérons $L = 3$ capteurs et l'utilisation d'une modulation BPSK. On considère deux scénarios. Le premier scénario correspond à des canaux décorrélés et équilibrés. Le deuxième correspond à des canaux décorrélés et déséquilibrés, avec transmittances $\sigma_{h_1}^2 = 2,8302$, $\sigma_{h_2}^2 = 0,1415$ et $\sigma_{h_3}^2 = 0,0283$. Le bruit a une puissance $\sigma_v^2 = 1$.

Pour le scénario à canaux déséquilibrés, on peut écrire

$$\check{\mathbf{R}} = \text{diag} (2,8302 \quad 0,1415 \quad 0,0283) .$$

Et, donc,

$$g_{\check{\mathbf{R}}} = \frac{1}{2,8302} \times \frac{1}{0,1415} \times \frac{1}{0,0283} = 88,2234 .$$

Finalement, on en conclut que la pénalité en puissance pour ce scénario, par rapport au scénario équilibré, est de

$$\frac{P_{\text{TX}}}{P_{\text{TX}}^{\text{idéal}}} = \sqrt[3]{88,2234} = 4,4517 .$$

Ce qui correspond à une pénalité de 6,48 dB.

La figure 3.3 montre le TEB pour le canal déséquilibré et pour le canal idéal. D'abord, en observant la pente de deux courbes, on remarque que les deux canaux atteignent le même ordre de diversité (de 3). Par ailleurs, le canal déséquilibré présente une perte (ou une pénalité) de 6,48 dB par rapport au canal idéal, comme attendu.

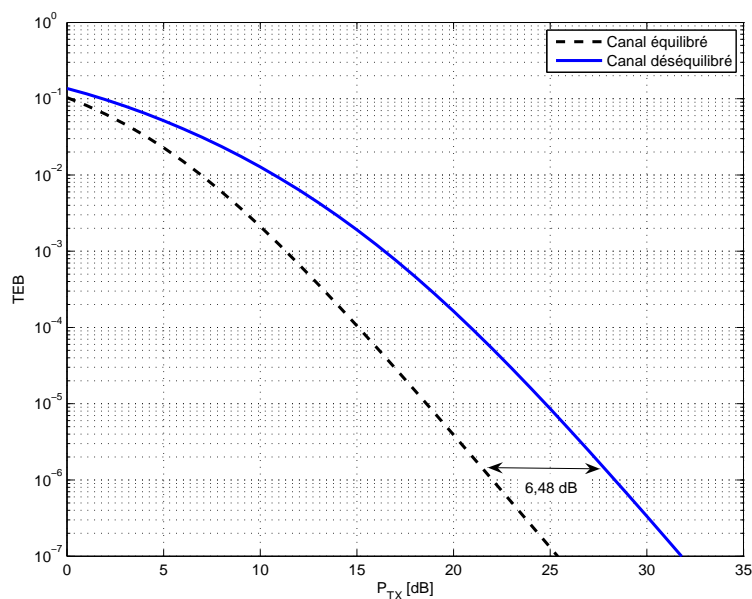


Fig. 3.3: Comparaison des performances pour un canal équilibré et un canal déséquilibré.

3.3.1 Canaux corrélés

Jusqu'à présent, on s'est intéressé au cas des canaux $\check{h}_l(b)$ décorrelés. Maintenant, on considère le cas où ces canaux sont corrélés et leur MCS vaut $\check{\mathbf{R}}$. Intuitivement, on voit que cette corrélation entre canaux tend à dégrader les performances, vu que lorsqu'un canal est en fading, les autres ont une forte probabilité d'y être aussi.

Pour quantifier cette dégradation, on peut prendre une démarche analogue à celle utilisée pour quantifier la dégradation due au déséquilibre du canal. Ainsi, pour comparer deux canaux avec MCS $\check{\mathbf{R}}_1$ et $\check{\mathbf{R}}_2$ sous la contrainte que $\text{tr}(\check{\mathbf{R}}_1) = \text{tr}(\check{\mathbf{R}}_2) = L$, on utilise l'équation (3.22). On voit donc qu'il y a une équivalence entre un canal corrélé et un canal décorrelé et déséquilibré.

On peut aussi aboutir à cette équivalence par une transformation des capteurs de façon à obtenir des canaux décorrelés. Pour ne pas violer la contrainte sur la trace, cette transformation doit être unitaire. Ainsi, cette transformation est donnée par la matrice de vecteurs propres de $\check{\mathbf{R}}$, qui rend les capteurs décorrelés et dont le canal équivalent est déséquilibré.

EXEMPLE 3.2: Canal corrélé

Toujours dans le cas $L = 3$, considérons un canal équilibré donc la MCS

(non diagonale) vaut

$$\check{\mathbf{R}} = \begin{bmatrix} 1,0000 & 0,9151 + 0,0327j & 0,9151 - 0,0327j \\ 0,9151 - 0,0327j & 1,0000 & 0,9151 + 0,0327j \\ 0,9151 + 0,0327j & 0,9151 - 0,0327j & 1,0000 \end{bmatrix} .$$

Les valeurs propres de $\check{\mathbf{R}}$ valent

$$\lambda_1(\check{\mathbf{R}}) = 2,8302 , \lambda_2(\check{\mathbf{R}}) = 0,1415 \text{ et } \lambda_3(\check{\mathbf{R}}) = 0,0283 .$$

Il est facile à voir que ce canal est équivalent au canal déséquilibré de l'exemple 3.1 et donc sa perte est de 6,48 dB par rapport au canal idéal.

3.4 Allocation optimale de puissance en DT

Les résultats de la section précédente montrent que le problème des canaux corrélés est équivalent au problème des canaux décorrélés mais déséquilibrés. On peut donc s'intéresser au seul cas des canaux décorrélés mais déséquilibrés. Dans ce cas on s'intéresse à trouver les puissances p_l optimales pour minimiser la probabilité d'erreur étant donné une puissance d'émission fixée. Quelques tentatives pour résoudre ce problème sous forme analytique ont été faites dans la littérature, voir [11, 16, 56]. Cependant, tous ces travaux considèrent un cas particulier du problème et non pas le problème général.

Parmi ces travaux, on peut citer particulièrement le travail de Cavers [11] qui traite le cas d'un canal de Rayleigh et modulation BPSK. Il montre que quand la puissance d'émission P_{TX} est faible, il faut allouer la puissance aux capteurs dont les canaux présentent les plus grandes transmittances $\sigma_{h_l}^2$. Allouer de la puissance aux canaux qui ont une faible transmittance est un gaspillage de puissance car ces canaux sont noyés dans le bruit à la réception, n'apportant pas de diversité. Par contre, si P_{TX} est grand, il faut donner de la puissance aussi aux canaux faibles puisqu'ils contribuent à la diversité. Dans ce cas, allouer de la puissance à ces canaux améliore considérablement les performances, en termes de TEB.

Pour mieux comprendre ce qui se cache derrière cette allocation optimale de puissance, reprenons le même canal déséquilibré de l'exemple 3.1. La figure 3.4 montre le TEB en fonction de la puissance d'émission P_{TX} pour une répartition égale de la puissance entre les capteurs et pour l'allocation optimale de puissance proposée par Cavers [11]. On considère trois cas pour la répartition égale de puissance, à savoir seulement le meilleur capteur, les 2 meilleurs capteurs et l'ensemble des 3 capteurs.

On voit que l'utilisation seulement du meilleur capteur (capteur 1) avec toute la puissance d'émission mène aux meilleures performances pour $P_{\text{TX}} < 9$ dB. Cela s'explique par le fait que le gain de diversité qu'apporterait l'utilisation des autres

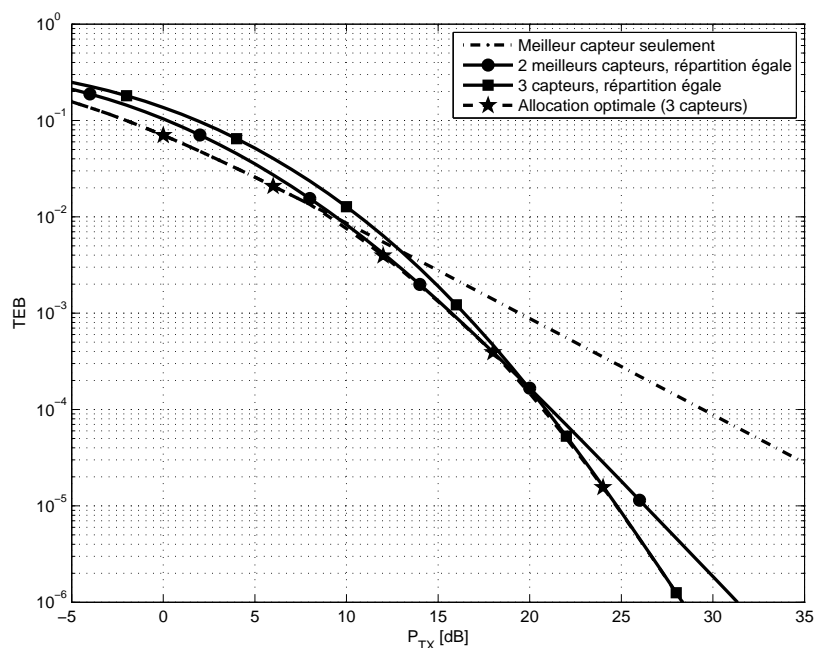


Fig. 3.4: Comparaison des performances de l'allocation optimale de puissance pour $M = 3$ d'après [11] et répartition égale de puissance en utilisant 1, 2 ou 3 capteurs.

capteurs (ou même que d'un autre capteur) ne serait pas significatif. Par contre, toute la puissance mise dans les capteurs faibles serait gaspillée, vu la haute atténuation des canaux 2 et 3. Par ailleurs, à partir de 9 dB, il devient intéressant d'utiliser aussi le capteur numéro 2 pour mettre à profit la diversité du canal. De même que pour le capteur 3 à partir de 19 dB, comme le montre la courbe d'allocation optimale dans la figure 3.5.

La figure 3.5 montre la puissance optimale allouée à chaque capteur en fonction de la puissance d'émission. On observe bien que lorsque la puissance d'émission dépasse un seuil, on commence à utiliser le capteur 2 et plus loin le troisième. On voit également que, asymptotiquement, la solution optimale tend vers une répartition égale de la puissance d'émission entre les capteurs.

Pour mieux comprendre le comportement physique de différentes solutions, on a tracé la fdp (fonction densité de probabilité) de la puissance reçue au niveau du mobile pour une répartition égale de la puissance d'émission entre 1, 2 ou 3 capteurs et pour $P_{TX} = 25$ dB, montré dans la figure 3.6.

On observe que, pour un seul capteur, même celui qui a le meilleur canal, la puissance reçue est plus concentrée dans les petites valeurs. Pour faciliter le raisonnement, on considère une transmission par bloc dont le canal est décorrélié entre les blocs. Alors, chaque bloc reçu présente une puissance différente et l'on peut parler du TEB d'un bloc, en supposant que le bloc soit suffisamment grand. Ainsi, on voit dans la figure 3.6 que l'on a une grande probabilité d'avoir des blocs avec une faible puis-

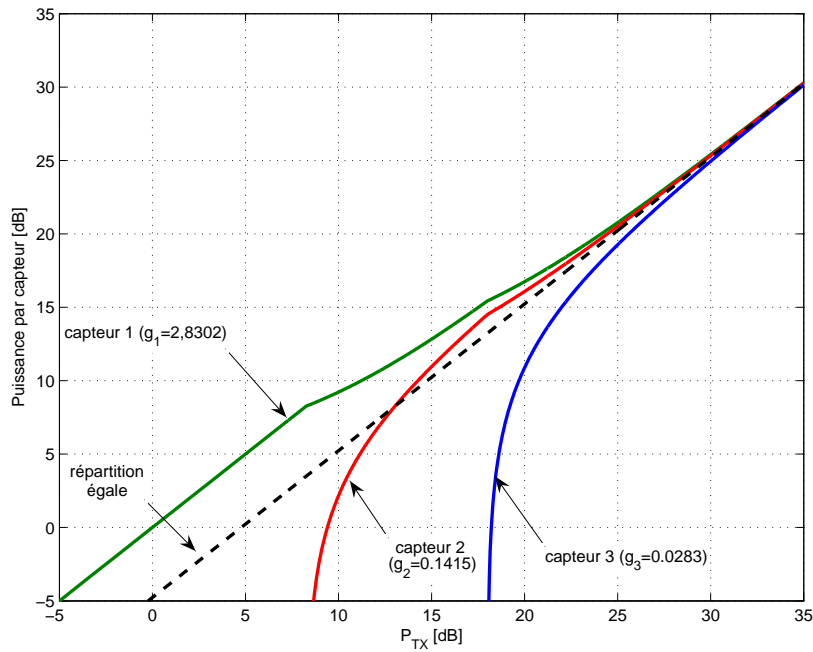


Fig. 3.5: Allocation optimale de puissance [11]. Puissance de chaque capteur en fonction de la puissance d'émission P_{TX} .

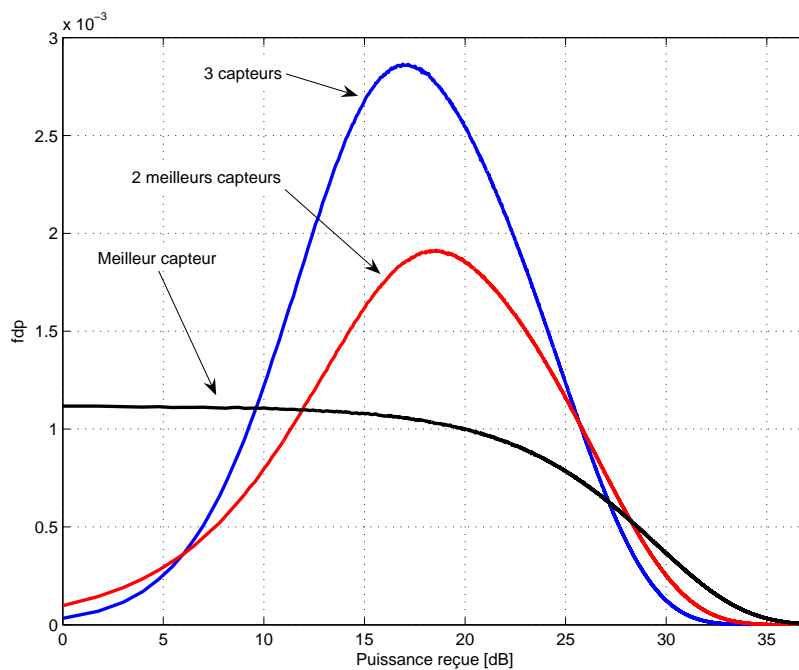


Fig. 3.6: fdp de la puissance reçue pour 1, 2 et 3 capteurs et répartition égale de puissance en émission pour $P_{TX} = 25$ dB.

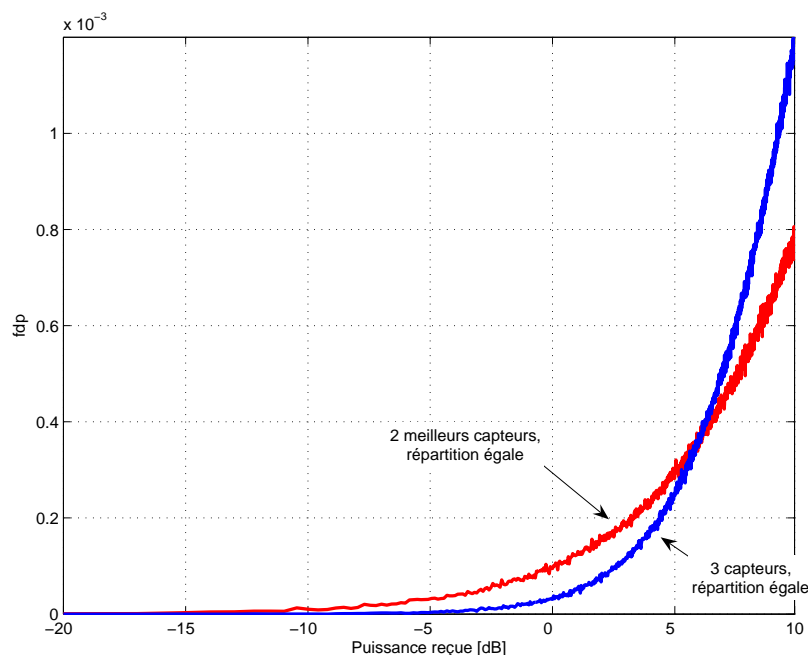


Fig. 3.7: Détail de la fdp de la puissance reçue pour 1, 2 et 3 capteurs et répartition égale de puissance en émission pour $P_{TX} = 25$ dB.

sance (et donc un mauvais TEB) et une petite probabilité d’avoir des blocs avec une très grande puissance (un très bon TEB). Cependant, le TEB résultant est dominé par les blocs de faible puissance et le TEB global est de $2,5 \times 10^{-4}$.

Quand on passe aux 2 meilleurs capteurs, on voit clairement une concentration de la puissance reçue et la diminution significative de la probabilité d’occurrence de très faibles puissances. Par conséquent, le TEB global améliore considérablement et atteint $1,4 \times 10^{-5}$, soit plus de 17 fois meilleur que pour un seul capteur. Le passage de 2 à 3 capteurs, par contre, n’apporte qu’une amélioration d’environ 2 fois, pour un TEB global de $6,3 \times 10^{-6}$.

Cette amélioration du TEB entre 2 et 3 capteurs vient de la diminution supplémentaire de la probabilité d’occurrence de très faibles puissances, comme montré dans la figure 3.7. On pourrait s’étonner que la diminution de la probabilité d’occurrence de puissances inférieures à 5 dB soit responsable d’un gain de plus de 2 fois en termes de TEB. On pourrait encore se demander si la plus grande probabilité d’occurrence de puissances plus élevées dans le cas de 2 capteurs (comme montre la figure 3.6) ne serait pas plus avantageux que la faible diminution de la probabilité d’occurrence d’aussi faibles puissances dans le cas de 3 capteurs.

Pour répondre à cela, on a tracé le TEB en fonction de la puissance reçue, montrée dans la figure 3.8. On observe le comportement exponentiel de la fonction $Q(\cdot)$, qui lie la puissance reçue au TEB. D’autre part, pour que, en moyenne, les grandes puissances compensent les faibles puissances, il faut que le rapport entre la probabilité d’occurrence de grandes puissances et de faibles puissances soit proportionnelle à

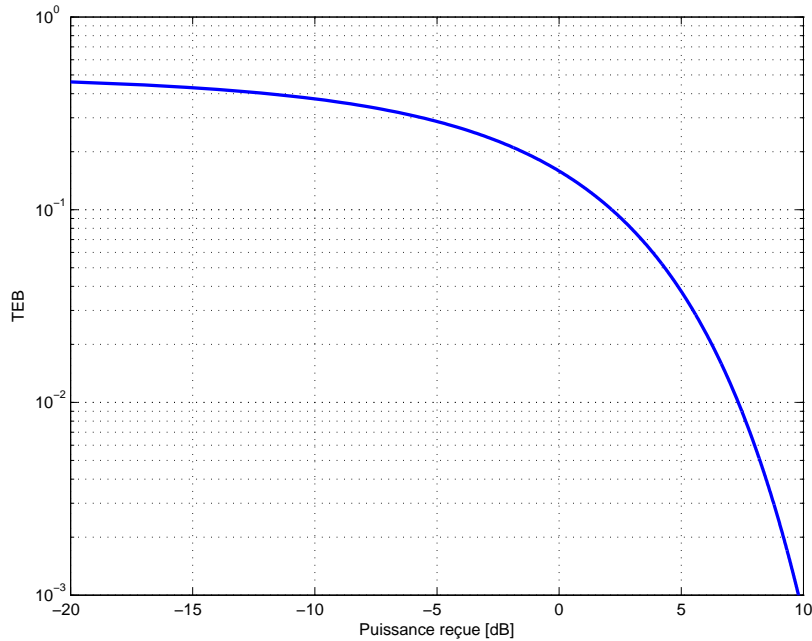


Fig. 3.8: TEB en fonction de la puissance reçue pour un bruit de variance $\sigma_v^2 = 1$.

l'inverse du TEB moyen. Pour illustrer cela, supposons qu'il n'y a que deux possibilités pour la puissance reçue, soit elle est faible et le TEB vaut 0,5 soit elle est forte, au quel cas le TEB vaut 0. Alors, pour avoir un TEB moyen de 10^{-6} , il faut que la probabilité d'avoir une forte puissance soit de 0,99998 contre une probabilité de 2×10^{-5} pour la faible puissance. On voit donc que les faibles puissances sont beaucoup plus nocives au TEB que les fortes puissances sont bénéfiques.

Finalement, il faut retenir que, si l'on veut réduire le TEB, il faut s'attaquer à réduire la probabilité d'occurrence de faibles puissances et donc aussi, à puissance constante, à réduire la dispersion de puissance. Cette observation est à la base de la première méthode qui vise à minimiser la variance de la puissance. De plus, lorsque le canal est corrélé ou déséquilibré, la solution de répartir également la puissance entre les capteurs n'est plus optimale.

État de l'art Après avoir essayé d'optimiser la puissance d'émission conjointement avec le précodeur \mathbf{W} comme présenté par la suite, on a pris connaissance des travaux menés par Zhou en [56]. Dans cet article, Zhou propose l'utilisation d'un précodeur dont les couches sont formées par les vecteurs propres de la MCS du canal et dont la puissance de chaque couche est réglée selon un principe de *water-filling*, semblable à celui proposé par Cavers en [11]. De plus, Zhou a montré que sa technique, appelée *Eigen-Beamforming*, est optimale dans le sens de minimiser le TEB pour un canal plat dont les coefficients suivent une loi de Rayleigh. Il a aussi montré comment coupler son précodeur avec des techniques de DT du type STBC. Le principal point faible de cette technique est qu'elle est fortement basée sur l'hypothèse que le canal est Rayleigh. Si ce n'est pas le cas, tout le développement s'écroule et on n'a plus la

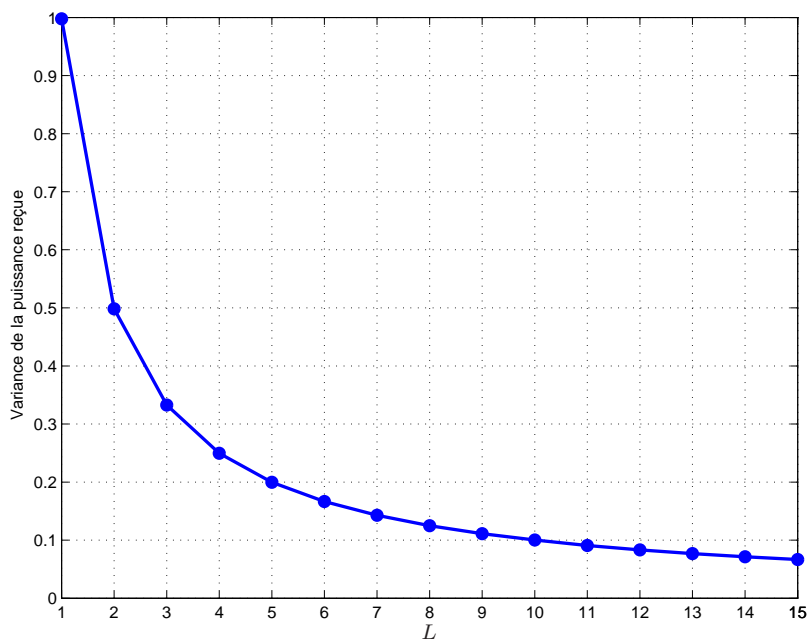


Fig. 3.9: Variance de la puissance reçue en fonction du nombre de capteurs L .

garantie que la solution minimise le TEB.

Les deux solutions proposées par la suite n'ont pas cette limitation et sont bien adaptées quelque soit la loi de distribution des coefficients du canal. De ce point de vue, les techniques proposées peuvent être vues comme une extension des travaux [11] et [56], même si elles ont été développées de façon indépendante.

On rappelle que les techniques proposées par la suite sont basées sur la connaissance des matrices de covariance de la voie descendante pour les différents blocs b . Cette connaissance est appelée *partial channel state information at the transmitter* (*partial CSIT*) dans la littérature. Dans ce contexte, il existe encore des travaux qui considèrent d'autres informations comme *partial CSIT*, parmi lesquels on peut citer [30, 47, 50, 14].

3.5 Minimisation de la variance

Dans le but d'utiliser au mieux l'antenne multi-capteurs en émission, on propose une première technique basée sur la minimisation de la variance de la puissance reçue par le mobile. Comme montré précédemment, pour réduire le TEB il faut s'attaquer aux faibles puissances, de façon à diminuer la probabilité d'occurrence de ces faibles puissances. De plus, on a aussi montré qu'augmenter la diversité peut être vu physiquement comme une plus grande concentration de la puissance reçue, c'est-à-dire, une réduction de la variance de la puissance reçue.

Pour illustrer davantage ce phénomène, on a considéré l'utilisation de DT sur

un canal de Rayleigh décorrélé et équilibré avec un nombre variable de capteurs L . La figure 3.9 montre la variance de la puissance reçue par le mobile en fonction du nombre de capteurs à la SB. On rappelle que la puissance d'émission est fixe. On voit, pour 1 capteur, que la variance de 1 correspond à la variance d'une variable de Rayleigh de puissance unité. Déjà pour 2 capteurs, on voit l'amélioration sensible, avec une variance de 0,5. On remarque aussi que la diminution de la variance devient de plus en plus faible avec l'addition de capteurs supplémentaires.

3.5.1 Modèle de signal

Dans le but d'obtenir une formulation plus générale du problème traité, on étend le modèle de signal présenté dans la section 3.2 au cas d'un canal sélectif en fréquence. Posons $h_m(b, n)$ comme la réponse impulsionnelle du canal entre le capteur m et le mobile pour le bloc b . De façon analogue au cas des canaux plats, on suppose que cette réponse reste constante pendant toute la durée d'un bloc. Ainsi, le signal reçu par le mobile $y(b, n)$ s'écrit comme

$$y(b, n) = \sum_{m=1}^M h_m(b, n) \star x_m(b, n) + \nu(b, n) , \quad (3.26)$$

où \star dénote le produit de convolution.

On suppose par la suite que la durée des réponses impulsionnelles $h_m(b, n)$ est de D échantillons. On peut donc réécrire (3.26) en exprimant de façon explicite le produit de convolution entre les signaux capteurs et le canal. On aboutit donc à

$$y(b, n) = \sum_{m=1}^M \sum_{i=0}^{D-1} h_m(b, i) x_m(b, n - i) + \nu(b, n) . \quad (3.27)$$

Le signal capteur $x_m(b, n)$ est donné, d'après la figure 3.1, par

$$x_m(b, n) = \sum_{l=1}^L w_m^*(l) \check{s}_l(b, n) , \quad (3.28)$$

Ainsi, en substituant $x_m(b, n - i)$ dans l'équation (3.27) et en inversant l'ordre des sommes, on obtient

$$y(b, n) = \sum_{l=1}^L \sum_{m=1}^M w_m^*(l) \sum_{i=0}^{D-1} h_m(b, i) \check{s}_l(b, n - i) + \nu(b, n) . \quad (3.29)$$

À ce point, on note que la somme sur i dans (3.29) correspond à la convolution du signal émis (après diversité de transmission) avec le canal. Cela montre la similitude du modèle en voie montante et en voie descendante, due à la linéarité du précodeur et du canal.

De façon à obtenir une écriture matricielle de l'équation (3.29), on rappelle d'abord que la couche l du précodeur s'écrit comme $\mathbf{w}(l) = [w_1(l) \ w_2(l) \ \cdots \ w_M(l)]^T$. Ensuite, on empile les convolutions $h_m(b, n) \star \check{s}_l(b, n)$ dans un vecteur pour arriver à

$$y(b, n) = \sum_{l=1}^L \mathbf{w}(l)^H \left[\mathbf{h}(b, n) \star \check{s}_l(b, n) \right] + \nu(b, n) . \quad (3.30)$$

Par ailleurs, la convolution $\mathbf{h}(b, n) \star \check{s}_l(b, n)$ s'exprime comme

$$\mathbf{h}(b, n) \star \check{s}_l(b, n) = \underbrace{\begin{bmatrix} | & & | & & | \\ \mathbf{h}(b, 0) & \mathbf{h}(b, 1) & \cdots & \mathbf{h}(b, D-1) & \\ | & & | & & | \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}(b)} \underbrace{\begin{bmatrix} \check{s}_l(b, n) \\ \check{s}_l(b, n-1) \\ \vdots \\ \check{s}_l(b, n-D+1) \end{bmatrix}}_{\check{\mathbf{s}}_l(b, n)} , \quad (3.31)$$

où $\mathbf{H}(b)$ est le canal spatio-temporel du bloc b et $\check{\mathbf{s}}_l(b, n)$ est le vecteur signal du capteur virtuel l . Une fois que l'on a défini ces quantités, on peut réécrire (3.30) comme

$$y(b, n) = \sum_{l=1}^L \mathbf{w}(l)^H \mathbf{H}(b) \check{\mathbf{s}}_l(b, n) + \nu(b, n) . \quad (3.32)$$

Pour compléter l'écriture matricielle, il suffit d'écrire la somme sur l comme un produit scalaire entre le vecteur formé par l'empilement des couches $\mathbf{w}(l)$ et celui formé par l'empilement des vecteurs $\mathbf{H}(b)\check{\mathbf{s}}_l(b, n)$. De cette façon on obtient

$$y(b, n) = \boldsymbol{\omega}^H \tilde{\mathbf{s}}(b, n) + \nu(b, n) , \quad (3.33)$$

où le vecteur de précodage $\boldsymbol{\omega}$ s'écrit comme

$$\boldsymbol{\omega} = \left[\mathbf{w}(0)^T \quad \mathbf{w}(1)^T \quad \cdots \quad \mathbf{w}(L)^T \right]^T \quad (3.34)$$

et où $\tilde{\mathbf{s}}(b, n)$ est le vecteur des signaux virtuels filtrés par le canal.

En ce qui concerne le vecteur des signaux virtuels filtrés par le canal $\tilde{\mathbf{s}}(b, n)$, selon la technique de DT utilisée, deux possibilités se présentent :

1. **Delay Transmit Diversity (DTD)** : Pour cette technique, on peut établir la relation suivante entre les signaux virtuels $\check{s}_l(b, n)$ et le signal $s(b, n)$

$$\check{s}_l(b, n) = s(b, n - l + 1) \quad \forall l = 1, 2, \dots, L . \quad (3.35)$$

Par conséquent, on peut écrire le vecteur $\tilde{\mathbf{s}}(b, n)$ comme la convolution entre le

canal et le signal $s(b, n)$ de la façon suivante

$$\tilde{\mathbf{s}}(b, n) = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{H}(b) & \mathbf{0}_M & \cdots & \mathbf{0}_M & \mathbf{0}_M & \mathbf{0}_M \\ \mathbf{0}_M & \mathbf{H}(b) & \cdots & \mathbf{0}_M & \mathbf{0}_M & \mathbf{0}_M \\ \vdots & & \ddots & & & \vdots \\ \mathbf{0}_M & \mathbf{0}_M & \mathbf{0}_M & \mathbf{0}_M & \cdots & \mathbf{H}(b) \end{bmatrix}}_{\mathcal{H}(b)} \underbrace{\begin{bmatrix} s(b, n) \\ s(b, n-1) \\ s(b, n-2) \\ \vdots \\ s(b, n-D-L+1) \end{bmatrix}}_{\check{\mathbf{s}}(b, n)}, \quad (3.36)$$

où $\mathbf{0}_M$ est un vecteur colonne de M zéros, $\mathcal{H}(b)$ est la matrice de convolution du canal $\mathbf{H}(b)$ et $\check{\mathbf{s}}(b, n)$ est le vecteur des signaux virtuels.

2. **Space-Time Block Codes (STBC)** : Dans ce cas, chaque signal $\check{s}_l(b, n)$ est obtenu par le « codage » du signal $s(b, n)$ par un code de bloc spatio-temporel. La relation particulière entre $s(b, n)$ et $\check{s}_l(b, n)$ dépend du STBC utilisé. Pour le code d'Alamouti [1], par exemple, on a un bloc de taille 2 et la relation de codage suivante

$$\begin{bmatrix} \check{s}_1(b, n) & \check{s}_1(b, n-1) \\ \check{s}_2(b, n) & \check{s}_2(b, n-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s(b, n) & -s^*(b, n-1) \\ s(b, n-1) & s^*(b, n) \end{bmatrix}. \quad (3.37)$$

Pour utiliser la technique STBC, il faut que le canal soit plat, c'est pourquoi on suppose un canal plat par la suite. En conséquence, la matrice canal $\mathbf{H}(b)$ se réduit à un vecteur canal $\mathbf{h}(b)$ (purement spatial). Ainsi, de façon générale, on peut écrire

$$\tilde{\mathbf{s}}(b, n) = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{h}(b) & \mathbf{0}_M & \cdots & \mathbf{0}_M \\ \mathbf{0}_M & \mathbf{h}(b) & \cdots & \mathbf{0}_M \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0}_M & \mathbf{0}_M & \cdots & \mathbf{h}(b) \end{bmatrix}}_{\mathcal{H}(b)} \underbrace{\begin{bmatrix} \check{s}_1(b, n) \\ \check{s}_2(b, n) \\ \vdots \\ \check{s}_L(b, n) \end{bmatrix}}_{\check{\mathbf{s}}(b, n)}, \quad (3.38)$$

où, de façon analogue au cas de *Delay Diversity*, $\mathcal{H}(b)$ est la matrice de convolution du canal $\mathbf{h}(b)$ et $\check{\mathbf{s}}(b, n)$ est le vecteur des signaux virtuels.

Quelque soit la technique de DT utilisée, on peut donc écrire le signal reçu sous forme matricielle comme

$$y(b, n) = \boldsymbol{\omega}^H \mathcal{H}(b) \check{\mathbf{s}}(b, n) + \nu(b, n). \quad (3.39)$$

3.5.2 Critère de minimum de variance

En partant de l'expression du signal reçu donnée par l'équation (3.39), on peut écrire la puissance utile reçue durant le bloc b comme

$$P(b) = \mathbb{E} \left\{ |y(b, n)|^2 \right\} = \boldsymbol{\omega}^H \boldsymbol{\mathcal{H}}(b) \underbrace{\mathbb{E} \left\{ \check{\mathbf{s}}(b, n) \check{\mathbf{s}}(b, n)^H \right\}}_{\check{\Theta}} \boldsymbol{\mathcal{H}}(b)^H \boldsymbol{\omega} , \quad (3.40)$$

où $\check{\Theta}$ est la matrice de covariance des symboles « codés ».

Dans les deux cas traité ici, à savoir DTD et OSTBC, les symboles virtuels sont décorrélés si les symboles $s(b, n)$ sont décorrélés. Cela est évident pour le DTD puisque les symboles virtuels sont des versions retardées des symboles $s(b, n)$. D'autre part, comme montré dans [45], cette condition est aussi valable pour un OSTBC quelconque. Par ailleurs, les symboles virtuels ont la même puissance que les symboles $s(b, n)$. Ainsi, en supposant que la puissance des symboles $s(b, n)$ vaut P_{TX} , on en arrive à

$$\check{\Theta} = P_{\text{TX}} \mathbf{I} . \quad (3.41)$$

Finalement, la puissance utile reçue vaut

$$P(b) = P_{\text{TX}} \boldsymbol{\omega}^H \boldsymbol{\mathcal{R}}(b) \boldsymbol{\omega} , \quad (3.42)$$

où $\boldsymbol{\mathcal{R}}(b) = \boldsymbol{\mathcal{H}}(b) \boldsymbol{\mathcal{H}}(b)^H$ est la matrice de covariance spatio-temporelle (MCST) du canal $\boldsymbol{\mathcal{H}}(b)$.

Il est important de noter que la puissance $P(b)$ varie d'un bloc à l'autre à cause de la variation du canal. Cela est principalement dû à la variation des phases du canal et peut faire en sorte que les trajets se recombinent de façon constructive, ce qui mène à une puissance reçue élevée, ou de manière destructive, menant à une puissance reçue très faible (fading). Comme évoqué à la section 3.4, ce sont les faibles puissances qui dominent le TEB. De plus, à puissance constante, diminuer la probabilité d'occurrence des puissances faibles s'accompagne d'une diminution de l'occurrence des puissances fortes et donc de la variance. Alors, l'idée centrale de cette technique est, par la minimisation de la variance de la puissance reçue, d'essayer de réduire la probabilité d'occurrence de faibles puissances dans le but de réduire le TEB au niveau de l'utilisateur.

Ainsi, le critère proposé est de minimiser la variation de la puissance autour d'une puissance cible de réception P_c . La fonction coût $J(\boldsymbol{\omega})$ à minimiser s'écrit donc comme

$$J(\boldsymbol{\omega}) = \mathbb{E} \left\{ \left(P_{\text{TX}} \boldsymbol{\omega}^H \boldsymbol{\mathcal{R}}(b) \boldsymbol{\omega} - P_c \right)^2 \right\} . \quad (3.43)$$

On voit que $J(\boldsymbol{\omega})$ correspond à la variance de la puissance $P(b)$ autour d'une puissance moyenne de réception P_c . En remarquant que la valeur de cette puissance

moyenne ne change que la norme de $\boldsymbol{\omega}$, ainsi que la valeur de la puissance d'émission, on peut donc réécrire (3.43), sans perte de généralité, comme

$$J(\boldsymbol{\omega}) = \mathbb{E} \left\{ \left(\boldsymbol{\omega}^H \mathcal{R}(b) \boldsymbol{\omega} - 1 \right)^2 \right\}, \quad (3.44)$$

ce qui correspond à la variance de la puissance reçue pour une puissance d'émission unité et une puissance moyenne de réception de 1, ce que l'on appellera *variance normalisée* par la suite. Cela nous permet de trouver le précodeur optimum dont la norme sera ensuite réglée de façon à respecter la puissance d'émission voulue. De plus, en minimisant la variance normalisée au lieu de la variance de la puissance reçue, on évite automatiquement la solution triviale $\boldsymbol{\omega} = \mathbf{0}$, ce qui mènerait à une puissance moyenne reçue nulle mais aussi à une variance nulle.

On observe, en passant, que le critère (3.44) est similaire au critère CMA (*Constant Modulus Algorithm*) [21], la différence étant la matrice $\mathcal{R}(b)$. Dans le cas du critère (3.44), cette matrice est souvent à rang plein. Par contre, dans le cas du CMA, cette matrice est donnée par $\mathbf{x}(n)\mathbf{x}(n)^H$ et donc de rang 1.

La minimisation de la variance ne suffit pas comme critère car, pour une puissance moyenne de réception fixée, la solution de minimisation totale de la variance de la puissance reçue peut mener à une puissance d'émission moyenne trop élevée. Pour mieux comprendre ce phénomène, considérons l'exemple suivant.

EXEMPLE 3.3: Minimum de variance

Considérons un scénario simple, où la SB est équipée d'une antenne composée de $M = 4$ capteurs espacés de $\lambda_c/2$ et le canal est formé par 2 trajets de même transmittance en 0° et 10° . Chaque trajet est caractérisé par un module constant et une phase aléatoire qui varie indépendamment d'un bloc à l'autre. La transmittance du canal a été normalisée à 1, ce qui revient à dire que chaque trajet a une transmittance de 0,5. Pour simplifier, on considère un précodeur composé d'une couche seulement ($L = 1$). Cependant, toutes les observations et conclusions décrites ici sont valables dans le cas d'un nombre générique de couches.

Dans la suite on compare la solution minimum de variance et la solution formation de voie classique. La solution minimum de variance est celle qui minimise le critère (3.44). Son obtention est décrite dans la section 3.5.3. La solution formation de voie est décrite dans la section 2.5.2.

La figure 3.10(a) montre le diagramme de radiation pour les deux solutions. Les marques en 0° et en 10° montrent les directions des trajets. Les deux solutions ont été normalisées pour que la puissance d'émission soit de 1 (0 dB). On note que la solution formation de voie conforme le diagramme de façon à émettre également dans la direction des deux trajets avec un gain

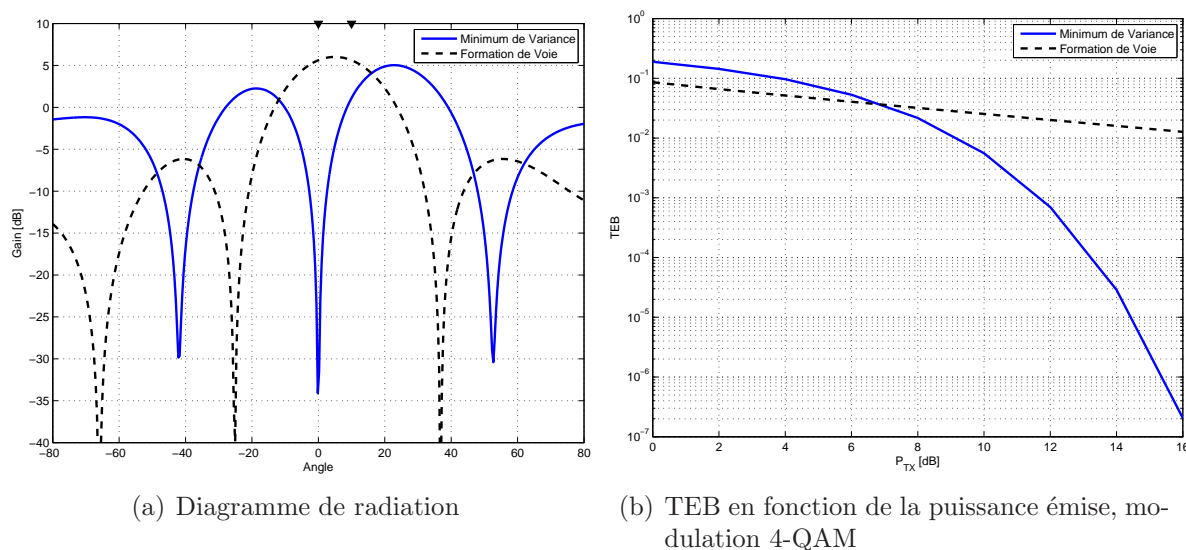


Fig. 3.10: Comparaison de la solution minimum de variance et formation de voie.

de plus de 5 dB. Ainsi, la puissance moyenne de réception est de 5,62 dB et sa variance vaut 0,497. Quant à elle, la solution minimum de variance annule complètement le trajet à 0°. Ce faisant, elle ne peut qu'émettre dans la direction 10° avec un gain d'environ 1 dB. Par conséquent, la variance de la puissance reçue est **nulle**, vu que l'on n'utilise qu'un seul trajet à module constant. Par contre, la puissance moyenne reçue est de -1,91 dB.

On peut se demander si faire une variance nulle au prix d'une réduction de la puissance reçue moyenne de plus de 7 dB conduit tout de même à de meilleures performances. Pour répondre à cette question, dans la figure 3.10(b) on montre le TEB pour une modulation 4-QAM en fonction de la puissance d'émission pour les deux solutions. Il est évident que pour des puissances d'émission élevées, minimiser la variance conduit à des performances largement supérieures à celles de la formation de voie. Par contre, pour de faibles puissances d'émission, la solution formation de voie est meilleure. Cela s'explique par le fait que, dans ce cas, le RSB moyen au niveau du mobile est faible et donc la puissance moyenne compte plus que la variance pour les performances.

Au vu de l'exemple ci-dessus, on propose de compléter le critère de minimisation de la variance avec la minimisation de la puissance d'émission. On rappelle que l'on a contraint la puissance de réception moyenne à 1. On remarque aussi que la minimisation de la puissance d'émission à puissance de réception fixée est équivalente à la maximisation de la puissance de réception à puissance d'émission fixée.

On peut donc écrire le nouveau critère comme

$$J_{\text{CPA}}(\boldsymbol{\omega}) = \text{E} \left\{ \left(\boldsymbol{\omega}^H \mathbf{R}(b) \boldsymbol{\omega} - 1 \right)^2 \right\} + \beta \boldsymbol{\omega}^H \boldsymbol{\omega} , \quad (3.45)$$

où β est une pondération qui contrôle l'importance donnée à la minimisation de la puissance d'émission par rapport à la minimisation de la variance. L'algorithme menant à l'optimisation de ce critère est appelé *Constant Power Algorithm* (CPA) par analogie avec *Constant Modulus Algorithm* (CMA).

3.5.3 Solution optimale - algorithme CPA

L'équation (3.45) présente un critère d'ordre 4 en $\boldsymbol{\omega}$. Alors, pour trouver la solution optimale, on pose d'abord la variable intermédiaire $\boldsymbol{\chi}(b)$ comme

$$\boldsymbol{\chi}(b) = \mathbf{R}(b) \boldsymbol{\omega} . \quad (3.46)$$

Le critère CPA peut donc être développé comme

$$J_{\text{CPA}}(\boldsymbol{\omega}) = \text{E} \left\{ \boldsymbol{\omega}^H \boldsymbol{\chi}(b) \boldsymbol{\chi}(b)^H \boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}^H \boldsymbol{\chi}(b) - \boldsymbol{\chi}(b)^H \boldsymbol{\omega} + 1 \right\} + \beta \boldsymbol{\omega}^H \boldsymbol{\omega} . \quad (3.47)$$

On peut aussi grouper le dernier terme avec le premier terme dans l'espérance pour obtenir

$$J_{\text{CPA}}(\boldsymbol{\omega}) = \boldsymbol{\omega}^H \left(\text{E} \left\{ \boldsymbol{\chi}(b) \boldsymbol{\chi}(b)^H \right\} + \beta \mathbf{I} \right) \boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}^H \text{E} \left\{ \boldsymbol{\chi}(b) \right\} - \text{E} \left\{ \boldsymbol{\chi}(b)^H \right\} \boldsymbol{\omega} + 1 , \quad (3.48)$$

où \mathbf{I} est une matrice identité de dimension ML .

On note que, pour $\boldsymbol{\chi}(b)$ donné, le critère $J_{\text{CPA}}(\boldsymbol{\omega})$ est quadratique en $\boldsymbol{\omega}$. Ce critère possède ainsi un seul minimum, qui est minimum global de $J_{\text{CPA}}(\boldsymbol{\omega})$. Ce minimum peut être obtenu par l'utilisation de la méthode de Newton [24]. Par contre, la nouvelle valeur de $\boldsymbol{\omega}$ implique une nouvelle valeur pour $\boldsymbol{\chi}(b)$. Par conséquent, $\boldsymbol{\omega}$ n'est plus solution optimale de $J_{\text{CPA}}(\boldsymbol{\omega})$. On propose alors l'utilisation d'une procédure itérative pour trouver la solution de $J_{\text{CPA}}(\boldsymbol{\omega})$. Cette procédure consiste à itérer entre l'obtention du $\boldsymbol{\omega}$ optimum qui minimise (3.48) pour un $\boldsymbol{\chi}(b)$ donné et le calcul de $\boldsymbol{\chi}(b)$ en utilisant le $\boldsymbol{\omega}$ optimum.

On introduit l'indice d'itération k aux variables $\boldsymbol{\omega}_k$ et $\boldsymbol{\chi}_k(b)$. Dans le but d'obtenir la solution optimale $\boldsymbol{\omega}_k$ de $J_{\text{CPA}}(\boldsymbol{\omega})$ pour $\boldsymbol{\chi}_k(b)$ fixé, on calcule d'abord le gradient \mathbf{g}_k et l'Hessien \mathbf{H}_k à l'itération k , donnés par

$$\mathbf{g}_k = 2 \left(\mathbf{R}_k + \beta \mathbf{I} \right) \boldsymbol{\omega}_k - \mathbf{p}_k \quad (3.49)$$

$$\mathbf{H}_k = 2 \left(\mathbf{R}_k + \beta \mathbf{I} \right) , \quad (3.50)$$

avec

$$\mathbf{R}_k = \mathbb{E}\left\{\boldsymbol{\chi}(b)\boldsymbol{\chi}(b)^H\right\} = \mathbb{E}\left\{\mathcal{R}(b)\boldsymbol{\omega}_k\boldsymbol{\omega}_k^H\mathcal{R}(b)\right\} \quad (3.51a)$$

$$\mathbf{p}_k = \mathbb{E}\left\{\boldsymbol{\chi}(b)\right\} = \mathbb{E}\left\{\mathcal{R}(b)\right\}\boldsymbol{\omega}_k = \overline{\mathbf{R}}\boldsymbol{\omega}_k, \quad (3.51b)$$

où $\overline{\mathbf{R}}$ est la MCST moyenne (moyennée sur les différents blocs b).

On insiste sur le fait que \mathbf{R}_k et \mathbf{p}_k dépendent de $\boldsymbol{\chi}_k(b)$, qui est considéré constant dans le développement ci-dessus. En conséquence, même si on peut écrire \mathbf{p}_k explicitement comme $\overline{\mathbf{R}}\boldsymbol{\omega}_k$, on suppose que sa dérivée par rapport à $\boldsymbol{\omega}_k$ est nulle dans l'obtention de (3.50).

Finalement, en utilisant la méthode de Newton, on obtient

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\omega}_{k+1} &= \boldsymbol{\omega}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{g}_k \\ &= \boldsymbol{\omega}_k - \frac{1}{2} \left(\mathbf{R}_k + \beta \mathbf{I} \right)^{-1} \left[2 \left(\mathbf{R}_k + \beta \mathbf{I} \right) \boldsymbol{\omega}_k - \mathbf{p}_k \right] \\ &= \frac{1}{2} \left(\mathbf{R}_k + \beta \mathbf{I} \right)^{-1} \overline{\mathbf{R}} \boldsymbol{\omega}_k. \end{aligned} \quad (3.52)$$

L'équation (3.52) montre que $\boldsymbol{\omega}$ est solution d'une décomposition en éléments propres généralisée des matrices $\mathbf{R}_k + \beta \mathbf{I}$ et $\overline{\mathbf{R}}$. De plus, l'équation en soi, à part le facteur $\frac{1}{2}$, correspond à une itération de la méthode de la puissance itérée [23]. Cependant, le facteur $\frac{1}{2}$ peut être omis car $\boldsymbol{\omega}_{k+1}$ doit en définitive être normalisé de façon à respecter la puissance d'émission.

Pour mieux comprendre la signification de la mise à jour de $\boldsymbol{\omega}_k$ par l'équation (3.52), considérons deux cas extrêmes, à savoir $\beta = 0$ et $\beta = \infty$. Avec $\beta = \infty$, la mise à jour de $\boldsymbol{\omega}_k$ devient

$$\boldsymbol{\omega}_{k+1} \propto \overline{\mathbf{R}} \boldsymbol{\omega}_k. \quad (3.53)$$

On voit alors que, d'une part, la solution ne dépend plus de $\boldsymbol{\chi}(b)$ et, d'autre part, l'équation d'adaptation (3.53) conduit au plus grand vecteur propre de $\overline{\mathbf{R}}$. C'est exactement la solution de maximum de RSB présentée à la section 2.5.2.

D'autre part, pour $\beta = 0$, l'équation d'adaptation de $\boldsymbol{\omega}_k$ est la suivante

$$\boldsymbol{\omega}_{k+1} \propto \mathbf{R}_k^{-1} \overline{\mathbf{R}} \boldsymbol{\omega}_k. \quad (3.54)$$

Cette fois-ci, il faut itérer entre $\boldsymbol{\omega}$ et $\boldsymbol{\chi}(b)$ pour trouver la solution optimale. Cela conduit à la solution de minimum de variance. Néanmoins, comme mentionné auparavant, la solution qui conduit au minimum de TEB est obtenue pour un β intermédiaire, de façon à minimiser la variance et maximiser le RSB au niveau du mobile. Le tableau 3.1 montre l'algorithme CPA. La condition d'arrêt est que la variation du critère soit inférieure au seuil ϵ_{CPA} .

Tab. 3.1: Algorithme CPA

1. Initialisation

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\omega}_0 &= \boldsymbol{\omega}_{\text{ini}} \\ J_{\text{CPA}}(0) &= \frac{1}{\epsilon_{\text{CPA}}} \\ \bar{\mathbf{R}} &= \text{E}\{\mathcal{R}(b)\} \\ k &= 1\end{aligned}$$

2. Calcul de \mathbf{R}_k et du critère $J_{\text{CPA}}(k)$

$$\begin{aligned}\mathbf{R}_k &= \text{E}\left\{\mathcal{R}(b)\boldsymbol{\omega}_{k-1}\boldsymbol{\omega}_{k-1}^H\mathcal{R}(b)\right\} \\ J_{\text{CPA}}(k) &= \boldsymbol{\omega}_{k-1}^H\mathbf{R}_k\boldsymbol{\omega}_{k-1} - 2\boldsymbol{\omega}_{k-1}^H\bar{\mathbf{R}}\boldsymbol{\omega}_{k-1} + 1.\end{aligned}$$

3. Mise à jour de $\boldsymbol{\omega}_k$

$$\boldsymbol{\omega}_k = \left(\mathbf{R}_k + \beta\mathbf{I}\right)^{-1}\bar{\mathbf{R}}\boldsymbol{\omega}_{k-1}.$$

4. Normalisation de $\boldsymbol{\omega}_k$

$$\boldsymbol{\omega}_k = \frac{\boldsymbol{\omega}_k}{\|\boldsymbol{\omega}_k\|}.$$

5. Condition d'arrêt sur la variation du critère

- (a) Si $|J_{\text{CPA}}(k) - J_{\text{CPA}}(k-1)| > \epsilon_{\text{CPA}}$, alors $k = k + 1$ et retour à l'étape 2
 - (b) Sinon, arrêt.
-

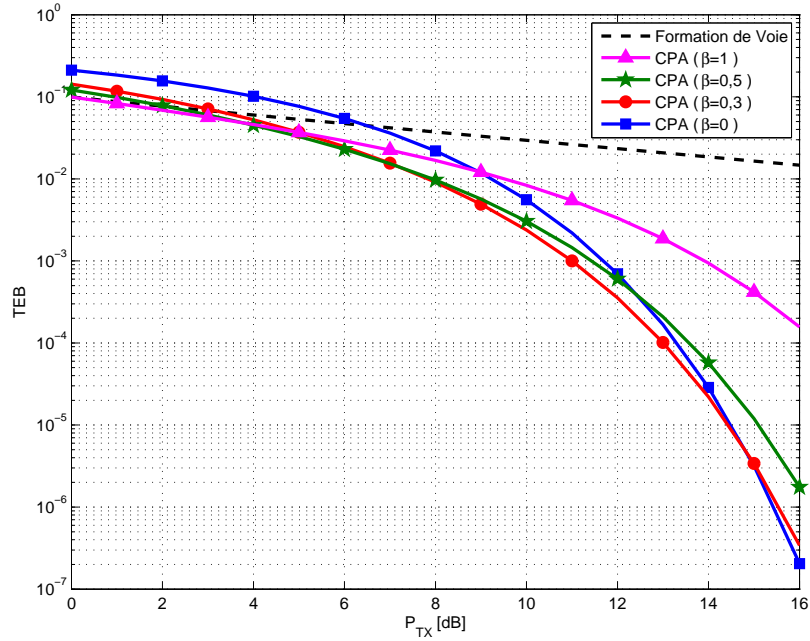


Fig. 3.11: TEB en fonction de la puissance émise. Comparaison de la formation de voie et de la technique CPA pour différentes valeurs de β . Modulation 4-QAM.

Initialisation L'initialisation ω_{ini} choisie correspond au blanchiment du canal, donnée par

$$\omega_{\text{ini}} = \left[\mathbf{v}_1^T \quad \mathbf{v}_2^T \quad \dots \quad \mathbf{v}_L^T \right]^T, \quad (3.55)$$

où \mathbf{v}_l est le vecteur propre de la matrice de covariance (purement) spatiale \mathbf{R} correspondant à la valeur propre $\lambda_l(\mathbf{R})$ et les valeurs propres sont ordonnées de façon décroissante, i.e., $\lambda_1(\mathbf{R}) \geq \lambda_2(\mathbf{R}) \geq \dots \geq \lambda_L(\mathbf{R})$.

Par ailleurs, on remarque que cette initialisation correspond à la solution *Eigen-Beamforming* [56] pour une puissance d'émission infinie et elle permet de tirer profit au maximum de la diversité présente dans le canal. C'est donc une initialisation à *maximum de diversité*.

Choix de β Mettons-nous dans les mêmes conditions que dans l'exemple 3.3 (page 68). Dans le but d'analyser l'influence de β sur la solution CPA, on a comparé le TEB de la technique CPA pour différentes valeurs de β avec celui de la formation de voie, comme montré dans la figure 3.11 pour une modulation 4-QAM.

Comme montré auparavant, la solution formation de voie correspond à la solution CPA avec $\beta \rightarrow \infty$. Lorsque l'on diminue la valeur de β , on observe une nette amélioration du TEB pour des valeurs élevées de P_{TX} , grâce à la minimisation de la variance de la puissance reçue. Par contre, pour les faibles puissances, on note une dégradation du TEB, surtout lorsque l'on passe de $\beta = 0,3$ à $\beta = 0$. Cette

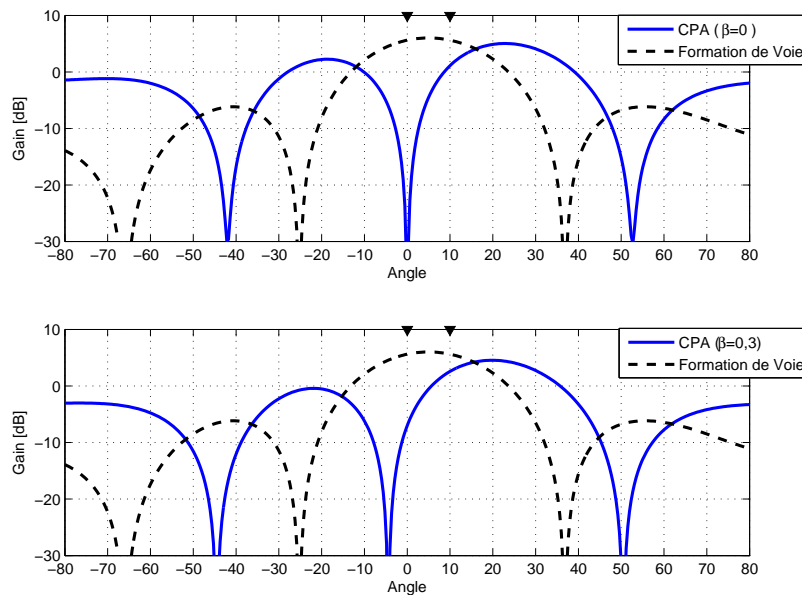


Fig. 3.12: Diagramme de radiation de la solution formation de voie et de la solution CPA avec $\beta = 0$ et $\beta = 0,3$.

dégradation est due à la diminution de la puissance moyenne reçue à cause de la moins grande directivité d'émission.

On remarque qu'en fonction de la puissance d'émission P_{TX} , β doit être choisi de façon à avoir les meilleures performances, c'est-à-dire, le TEB minimum. Ce choix serait tel que la courbe de TEB serait formée par le minimum des courbes présentées dans la figure 3.11. Cependant, à partir du critère énoncé, ce n'est pas possible d'obtenir cette valeur optimale de β .

De façon empirique, on propose donc de prendre 0,3 comme valeur « optimale » de β , dans le sens où cette valeur conduit à un bon compromis entre la dégradation du TEB à faible puissance d'émission et l'amélioration du TEB à forte puissance d'émission.

La figure 3.12 compare le diagramme de radiation de la solution CPA avec $\beta = 0$ et $\beta = 0,3$ et la solution formation de voie. On note bien que, par rapport au cas $\beta = 0$, le diagramme de la solution $\beta = 0,3$ est décalé à gauche de manière à utiliser aussi le trajet à 0° . Cependant, ce trajet est utilisé avec un gain plus faible que celui à 10° . Cette répartition de puissance conduit à un gain de 1,08 dB pour la puissance moyenne reçue (par rapport à puissance émise) et une variance de 0,181. Ces valeurs sont à comparer avec la solution CPA avec $\beta = 0$, dont le gain est de $-1,91$ dB et une variance nulle, et la solution formation de voie, qui présente un gain de 5,62 dB et une variance de 0,497.

3.5.4 Résultats des simulations

Les simulations présentées par la suite considèrent l'utilisation d'une antenne multi-capteurs linéaire avec $K = 4$ capteurs espacés de $\lambda_c/2$, où λ_c est la longueur

d'onde de la porteuse. De plus, on a utilisé un précodeur à $L = 2$ couches.

Dans la suite, on compare les performances des solutions suivantes : formation de voie (purement spatiale), *Eigen-Beamforming*, *Full Diversity* et la technique proposée (CPA). Les résultats de *Full Diversity* correspondent à une technique optimale de diversité de transmission, appliquée à l'antenne multi-capteurs. On remarque que pour atteindre cette solution il faut soit utiliser un schéma STBC, ce qui conduit à une perte de débit, soit utiliser un schéma DTD, ce qui entraîne une complexité additionnelle d'égalisation au niveau du mobile. Ainsi, même si cette technique peut conduire à de meilleures performances pour certains scénarios, elle est considérée ici plus comme une référence que comme une solution pratique.

Comme toutes les techniques, à l'exception de *Full Diversity*, ont besoin de connaître la matrice de covariance du canal en émission, on a simulé $N_t = 30\,000$ blocs d'apprentissage, utilisés pour chacune des techniques pour obtenir la solution, puis $N_d = 100\,000$ blocs de données pour mesurer les performances des techniques. La solution obtenue à partir des blocs d'apprentissage est normalisée pour respecter la puissance d'émission P_{TX} et utilisée pour calculer la puissance reçue par le mobile $P(b)$ durant les blocs de données. Cette puissance est utilisée pour calculer le TEB pour une modulation 4-QAM. L'expression suivante [36] a été utilisée pour calculer le TEB d'une 4-QAM de façon exacte

$$TEB_{4\text{-QAM}}(b) = Q\left(\sqrt{\frac{P(b)}{\sigma_v^2}}\right) - \frac{1}{2} Q\left(\sqrt{\frac{P(b)}{\sigma_v^2}}\right)^2. \quad (3.56)$$

La puissance d'émission P_{TX} a été normalisée par rapport à la puissance d'émission nécessaire pour obtenir un RSB de 0 dB au niveau du récepteur avec une antenne omni-directionnelle à la SB.

Par la suite, on considère trois scénarios de simulations : un canal sans trajet direct, correspondant à un canal de Rayleigh plat et appelé NLOS (*Non Line of Sight*) ; un canal avec trajet direct, correspondant à un canal de Rice plat et appelé LOS (*Line of Sight*) ; et un canal sélectif en fréquence. La technique de DT utilisée dans les scénarios NLOS et LOS peut être soit le STBC soit le DTD avec les mêmes performances, comme discuté dans la section 2.3.1. Par contre, dans le cas du canal sélectif, on doit utiliser obligatoirement le DTD, car le STBC ne marche que pour des canaux plats. Néanmoins, les résultats présentés ici ne dépendent pas de la technique de DT utilisée, il suffit que cette technique atteigne *full diversity*.

3.5.4.1 Scénario NLOS

Le scénario NLOS simulé correspond à un seul trajet dans la direction 0° et un étalement angulaire Δ autour de cette direction. C'est donc un canal plat en fréquence et de distribution de Rayleigh. Ce scénario a été défini dans [43], où l'expression de la MCS et du canal instantané ont aussi été obtenues. La MCS (moyenne) \mathbf{R}_Δ , pour

un espacement d entre capteurs, est donnée par

$$\mathbf{R}_\Delta[l, c] \approx \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp \left[-j 2\pi(l - c)\Delta \frac{d}{\lambda_c} \sin \theta \right] d\theta . \quad (3.57)$$

Nos tests se sont concentrés en 2 canaux : le premier avec $\Delta = 5^\circ$ présente une corrélation spatiale relativement élevée et le deuxième avec $\Delta = 25^\circ$ présente une corrélation spatiale plus faible. En pratique, la valeur de Δ dépend de la distance entre le mobile et la SB et du rayon des réflecteurs autour du mobile [43].

Comme le canal présente une distribution de Rayleigh, équivalente à une distribution gaussienne sur la partie réelle et sur la partie imaginaire, les statistiques d'ordre 2 (la MCS) suffisent à caractériser le canal. Et inversement, la réponse du canal peut être obtenue en effectuant des tirages des variables aléatoires de Rayleigh présentant la bonne MCS. Ce ne serait plus le cas pour d'autres distributions car les statistiques d'ordre 2 ne suffiraient plus pour caractériser complètement le canal.

Ainsi, à partir de \mathbf{R}_Δ , on peut obtenir des réalisations de canal $\mathbf{h}_\Delta(b)$ à chaque bloc b en tirant des coefficients de Rayleigh de puissance unité. Pour cela, exprimons d'abord la matrice \mathbf{R}_Δ sous forme de valeurs et vecteurs propres comme

$$\mathbf{R}_\Delta = \mathbf{V}_{\mathbf{R}_\Delta} \mathbf{D}_{\mathbf{R}_\Delta} \mathbf{V}_{\mathbf{R}_\Delta}^H , \quad (3.58)$$

où $\mathbf{V}_{\mathbf{R}_\Delta}$ est la matrice de vecteurs propres de \mathbf{R}_Δ rangés en colonnes et $\mathbf{D}_{\mathbf{R}_\Delta}$ est une matrice diagonale, composée des valeurs propres de \mathbf{R}_Δ .

Posons le canal de Rayleigh décorrélé et équilibré de puissance unité $\mathbf{h}_{\text{Ray}}(b) = \left[\alpha_1(b) \quad \alpha_2(b) \quad \cdots \quad \alpha_M(b) \right]^T$, où $\alpha_m(b)$ est une variable aléatoire de distribution de Rayleigh et de puissance unité. Par ailleurs, les différents coefficients $\alpha_m(b)$ sont décorrélés entre eux $\left(\mathbb{E} \left\{ \mathbf{h}_{\text{Ray}}(b) \mathbf{h}_{\text{Ray}}^H(b) \right\} = \mathbf{I} \right)$ et décorrélés temporellement, c'est-à-dire, $\mathbb{E} \left\{ \alpha_m(b) \alpha_m^*(b - i) \right\} = 0$ quelque soit $i \neq 0$.

Ainsi, à partir de $\mathbf{h}_{\text{Ray}}(b)$, on peut obtenir $\mathbf{h}_\Delta(b)$ comme

$$\mathbf{h}_\Delta(b) = \mathbf{V}_{\mathbf{R}_\Delta} \mathbf{D}_{\mathbf{R}_\Delta}^{\frac{1}{2}} \mathbf{h}_{\text{Ray}}(b) . \quad (3.59)$$

La figure 3.13 montre le TEB pour chacune des techniques simulées en fonction de la puissance d'émission P_{TX} . On sait que pour un canal Rayleigh plat, comme celui-là, la solution *Eigen-Beamforming* (Eig-BF) est optimale.

On voit que pour $\Delta = 5^\circ$, montré dans la figure 3.13(a), la technique Eig-BF arrive à basculer entre la formation de voie (ordre de diversité de 1) et une solution à ordre de diversité de 2 en fonction du RSB, mais en maintenant toujours le meilleur TEB possible. On observe aussi que la technique *Full Diversity* atteint un ordre de diversité de 2 dans la plage de puissance simulées, étant donné que la pente maximale du TEB par rapport au RSB est de -2 . Cela vient du fait que ce canal est assez corrélé, ce que l'on peut voir par ses valeurs propres : 3, 8228 ; 0, 1808 ; 0, 0007 et $6, 73 \times 10^{-7}$. On note

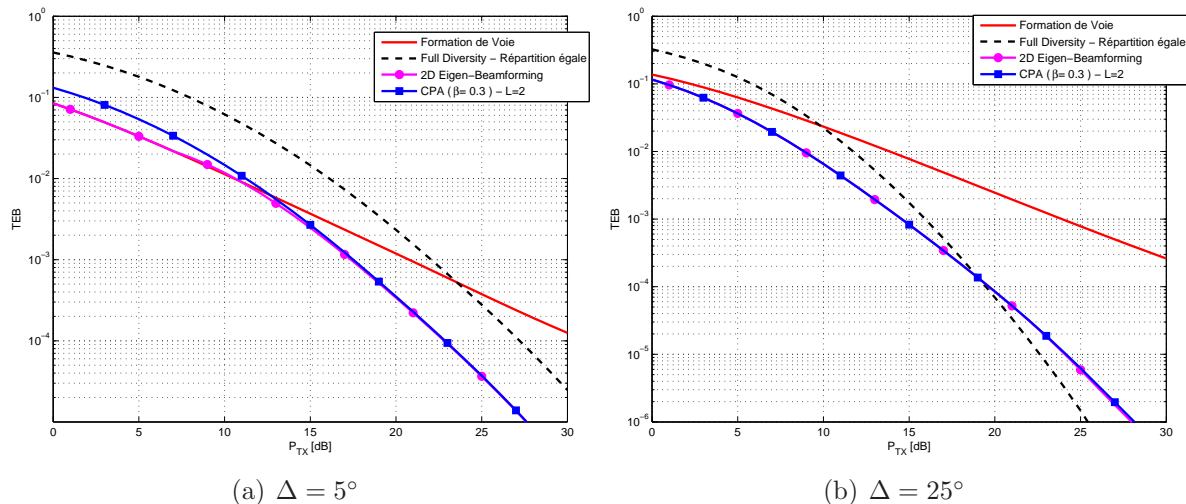


Fig. 3.13: Scénario NLOS pour deux valeurs d'étalement angulaire et modulation 4-QAM.

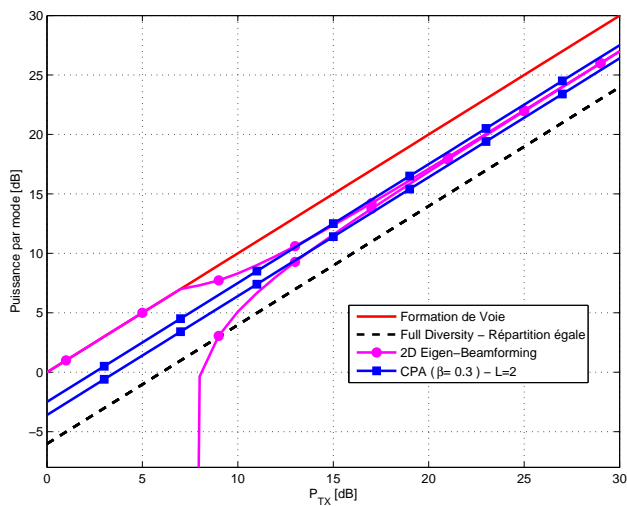


Fig. 3.14: Répartition de puissance entre les modes propres du canal en fonction de la puissance d'émission pour le scénario NLOS avec $\Delta = 5^\circ$.

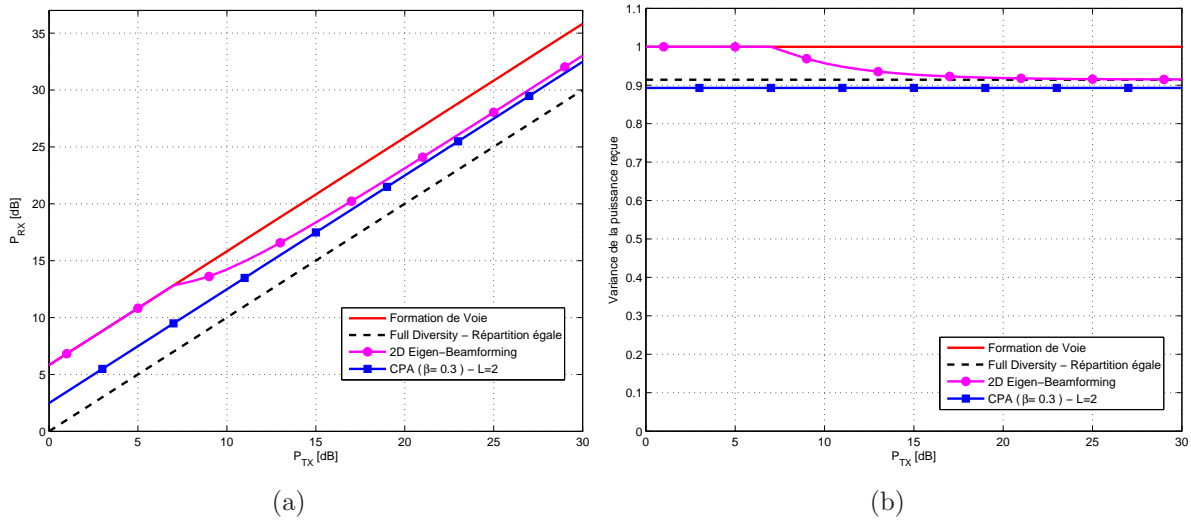


Fig. 3.15: Puissance reçue moyenne (a) et variance de la puissance reçue (b) en fonction de la puissance d'émission pour le scénario NLOS avec $\Delta = 5^\circ$.

donc une concentration de la puissance dans essentiellement 2 modes de transmission du canal. Cela explique la limitation de l'ordre de diversité à 2 pour $P_{TX} < 30$ dB et les 4 dB de perte de la solution *Full Diversity* par rapport à Eig-BF et CPA. La technique *Full Diversity* répartit également la puissance entre tous les modes propres du canal, tandis que les deux autres techniques concentrent la puissance dans les deux meilleurs modes, comme montré dans la figure 3.14.

Quant à la technique CPA, on observe qu'elle est égale à la solution optimale pour $P_{TX} > 15$ dB et présente une perte dans la région où la formation de voie est optimale. Cela vient du réglage de β , comme décrit auparavant. Il faudrait, dans cette région, privilégier la directivité en dépit de la variance en utilisant un β plus fort. La figure 3.15(a) montre le gain de directivité des techniques et la figure 3.15(b) montre la variance de la puissance reçue, qui peut être vue comme un indicatif de la diversité. On observe que, lorsque la puissance d'émission croît, la technique Eig-BF bascule son gain de la directivité totale (formation de voie) à la diversité totale (*Full Diversity*). La technique CPA, par contre, maintient la même répartition des gains, vu que le β est le même.

D'autre part, pour $\Delta = 25^\circ$, montré dans la figure 3.13(b), on voit que la *Full Diversity* atteint une diversité plus grande que 2 grâce à la plus faible corrélation entre capteurs. C'est grâce à cela qu'elle arrive à de meilleurs résultats pour de fortes puissances. Dans ce cas, les valeurs propres sont davantage réparties entre les différents modes et valent : 1,7898 ; 1,7442 ; 0,4554 et 0,0150. On note que la solution CPA colle à la solution optimale Eig-BF dans toute la plage de puissance d'émission considérée car, en raison de la plus faible corrélation du canal, l'accent donné sur la minimisation de la variance par le β est optimal, comme montré dans la figure 3.16.

La figure 3.17 montre la répartition de la puissance parmi les modes propres

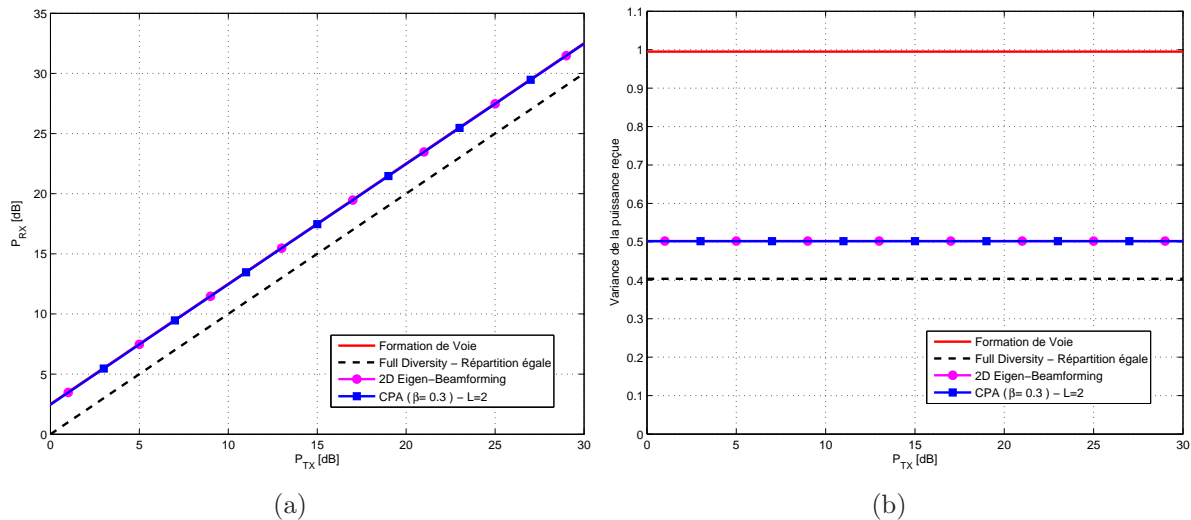


Fig. 3.16: Puissance reçue moyenne (a) et variance de la puissance reçue (b) en fonction de la puissance d'émission pour le scénario NLOS avec $\Delta = 25^\circ$.

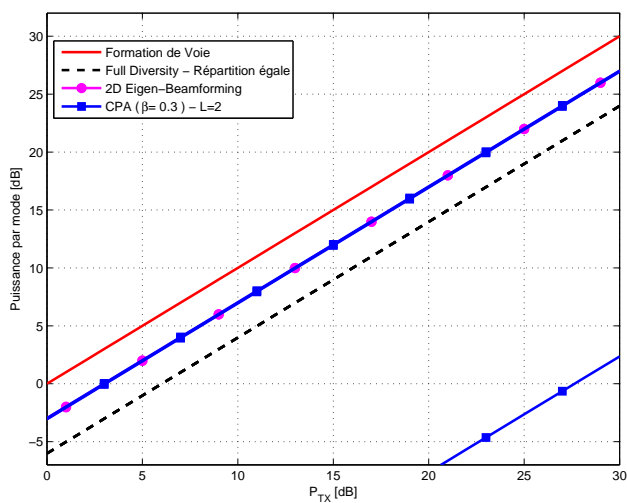


Fig. 3.17: Répartition de puissance entre les modes propres du canal en fonction de la puissance d'émission pour le scénario NLOS avec $\Delta = 25^\circ$.

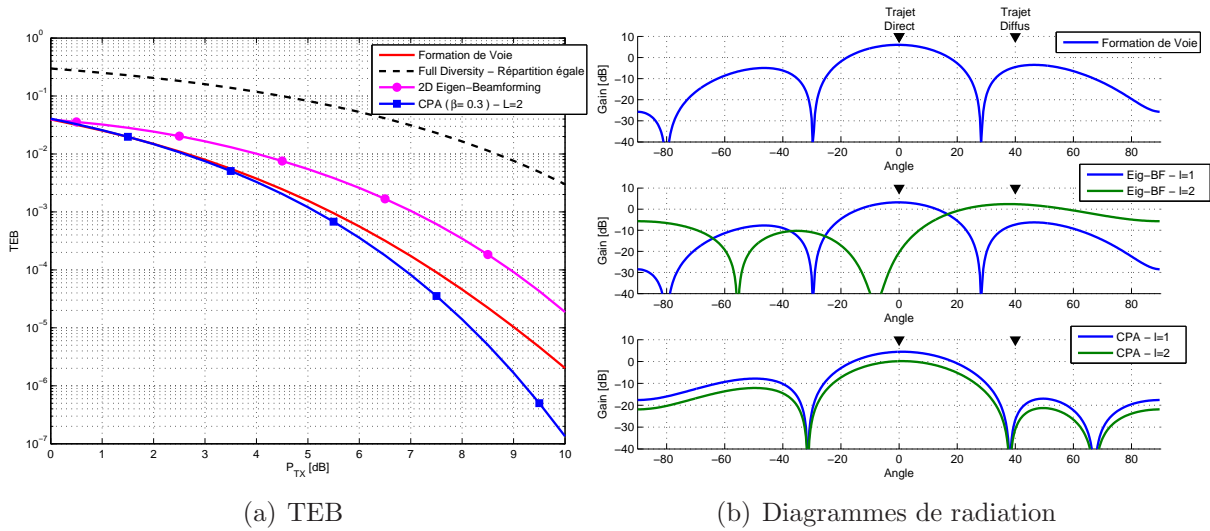


Fig. 3.18: Scénario LOS avec modulation 4-QAM.

du canal. On voit que les techniques Eig-BF et CPA ont la même répartition, qui est optimale pour $L=2$. Le troisième mode utilisé par la technique CPA peut être négligé car sa puissance est environ 25 dB au-dessous des autres modes. D'autre part, la technique *Full Diversity* utilise les 4 modes et atteint une meilleure performance pour des puissances d'émission élevées.

Tab. 3.2: Caractéristiques du scénario LOS

Trajet	Type	Transmittance	Direction	Retard
Direct	Rice ($K_{\text{Rice}} = 20$ dB)	-0,97 dB	0°	0
Diffus	Rayleigh	-6,97 dB	40°	0

3.5.4.2 Scénario LOS

Dans le but de montrer l'avantage de la technique proposée par rapport à la solution *Eigen-Beamforming*, on considère ici un canal avec une distribution qui n'est pas Rayleigh, mais qui est toujours plat. Le scénario considéré est composé de deux trajets, un direct et un diffus. Le trajet direct présente une distribution de Rice [52] avec un facteur $K_{\text{Rice}} = 20$ dB et le diffus présente une distribution de Rayleigh. De plus, le trajet direct a une direction de 0° et est 6 dB plus fort que le trajet diffus, dont la direction est de 40° . La table 3.2 résume les caractéristiques du scénario LOS.

La figure 3.18(a) montre le TEB en fonction de la puissance d'émission pour les différentes techniques simulées. On voit que la technique CPA présente les meilleurs résultats. Cela s'explique par le fait que le CPA n'utilise quasiment pas le trajet diffus

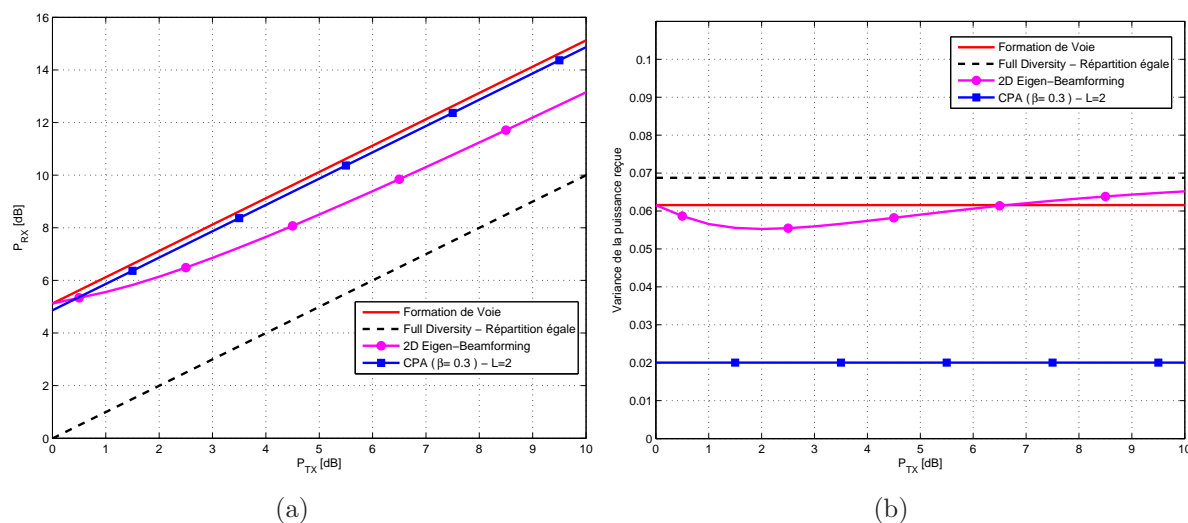


Fig. 3.19: Puissance reçue moyenne (a) et variance de la puissance reçue (b) en fonction de la puissance d'émission pour le scénario LOS.

pour émettre, ce qui peut être vu par son diagramme de radiation montré dans la figure 3.18(b).

Les deux couches de la solution CPA émettent dans la même direction, mais avec un gain différent. On a aussi confirmé par l'analyse des coefficients de chaque couche qu'ils sont égaux à moins d'une constante. Ainsi, une seule couche (un filtre purement spatial) suffirait dans ce cas et l'utilisation de deux couches ouvre la possibilité de répartir la puissance entre les deux couches, menant à un nombre infini de solutions possibles. Cependant, toutes ces solutions ont la même qualité.

Même si un filtre purement spatial suffirait pour arriver aux performances de la solution CPA, cette solution ne correspond pas à la Formation de Voie, comme montre l'écart entre les performances dans la figure 3.18(a) et le diagrammes de radiation de la figure 3.18(b). La solution Formation de Voie maximise la puissance reçue en émettant dans la direction des deux trajets. Comme le trajet direct est quasiment à module constant, l'utilisation de l'autre trajet ne fait que dégrader les performances car la combinaison des deux trajets crée du *fading*.

La figure 3.20 montre la répartition de la puissance émise parmi les modes propres du canal. On observe que la solution CPA utilise le mode propre principal avec une puissance légèrement inférieure à la Formation de Voie. La puissance restante est mise sur le deuxième mode propre de façon à atténuer la direction du trajet diffus. Ce faisant, la technique CPA insiste un peu moins que la Formation de Voie sur la directivité pour gagner beaucoup au niveau de la variance de la puissance reçue, comme montre la figure 3.19.

D'autre part, comme attendu, la solution Eig-BF n'est plus optimale dans ce cas puisque la distribution des coefficients du canal n'est plus Rayleigh. Cependant, cette solution fait toujours l'hypothèse que le canal est Rayleigh et essaye donc d'émettre

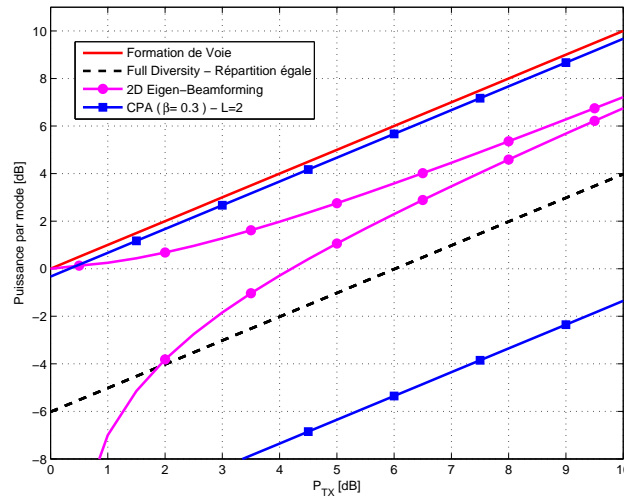


Fig. 3.20: Répartition de puissance entre les modes propres du canal en fonction de la puissance d'émission pour le scénario LOS.

en utilisant les deux trajets de façon à profiter de la diversité du canal, comme montré dans la figure 3.20. Ce faisant, l'Eig-BF utilise encore plus le trajet diffus que la Formation de Voie, comme montré par son diagramme de radiation dans la figure 3.18(b). Cela explique que les performances de l'Eig-BF soient pires que celles de la Formation de Voie. Finalement, la solution *Full Diversity* est complètement dégradée parce que le canal est formé pratiquement par un seul trajet, le direct.

La solution CPA proposée conduit donc à un gain significatif par rapport à l'Eig-BF. Ce gain vient du fait que le CPA est basé sur un critère d'ordre 4, tandis que l'Eig-BF est basé sur un critère d'ordre 2. Cela permet à la technique CPA d'identifier la distribution des coefficients du canal (le caractère Rice du trajet direct dans cet exemple) et d'en profiter pour améliorer les performances.

3.5.4.3 Canal sélectif en fréquence

Pour souligner un autre avantage de la solution CPA par rapport au Eig-BF, on a simulé un canal sélectif en fréquence à 2 trajets. Les 2 trajets présentent les mêmes caractéristiques que dans le scénario LOS, avec la seule différence que le trajet direct est retardé d'une période de symbole par rapport au trajet diffus. On remarque que dans le cas présent, un filtre purement spatial suffirait pour profiter de la diversité temporelle présente dans le canal, en supposant que le mobile soit équipé d'un égaliseur. Par contre, on considère que l'information sur le profil temporel du canal n'est pas disponible à la SB et on utilise toujours $L = 2$ couches dans le précodeur.

Comme mentionné auparavant, dans le cas des canaux à étalement temporel, il n'est plus possible d'utiliser STBC et il faut utiliser DTD comme technique de DT. Chaque signal virtuel est alors simplement une copie retardée du signal $s(b, n)$. Si l'on

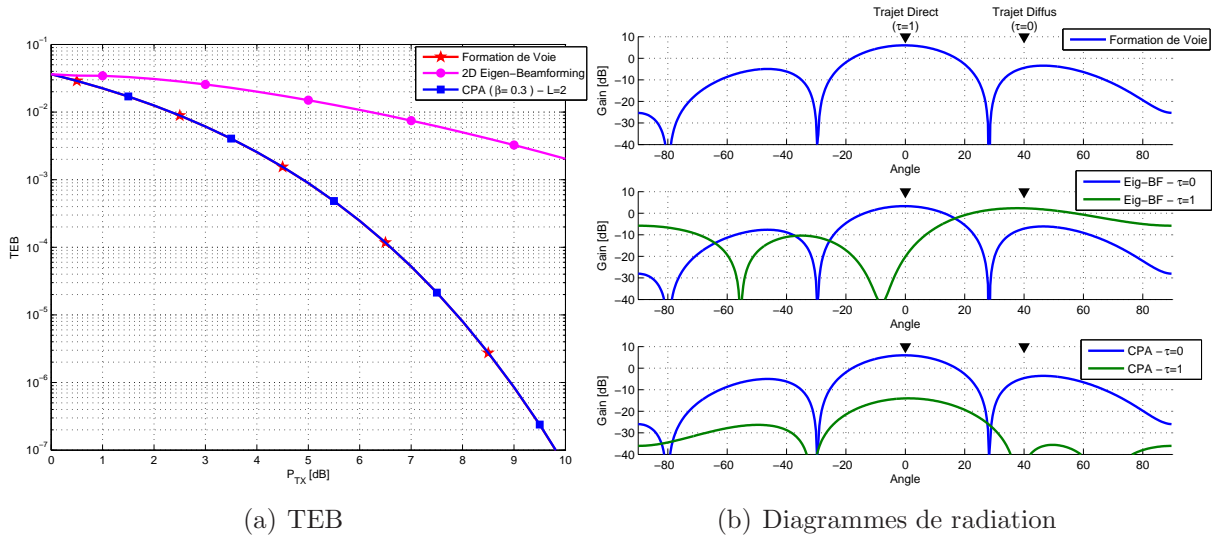


Fig. 3.21: Canal sélectif en fréquence avec modulation 4-QAM.

considère, en plus, le schéma de transmission présenté dans la figure 3.1, il est évident que l'ensemble formé par la diversité de transmission et le précodeur correspond à un filtre spatio-temporel en émission.

La figure 3.21(a) montre les performances des techniques simulées. On voit que le CPA et la Formation de Voie présentent les mêmes performances et qu'elles sont nettement meilleures que celles de l'Eig-BF. Cela s'explique par le fait que la solution Eig-BF resynchronise les trajets, ce qui conduit à un canal plat, à la perte de la diversité existant dans le canal et, en plus, à la création de *fading* due à la combinaison de deux trajets. Les diagrammes de radiation de la solution Eig-BF, présentés dans la figure 3.21(b), montrent que la couche qui n'est pas retardée ($\tau = 0$) émet essentiellement dans la direction du trajet direct, qui est lui retardé. D'autre part, la couche retardée émet surtout dans la direction du trajet diffus, qui n'est pas retardé. Cela crée deux trajets qui arrivent au mobile au même instant $\tau = 1$ et dégradent les performances.

Une analyse des diagrammes de radiation [Fig. 3.21(b)] des solutions Formation de Voie et CPA montre que ces techniques sont équivalentes. La deuxième couche de la solution CPA est assez atténuée et peut être négligée. Ainsi, on observe que le diagramme de radiation de la première couche ($\tau = 0$) est identique à celui de la Formation de Voie et, comme attendu, un filtre purement spatial est optimal dans les conditions de simulation considérées. Ainsi, la Formation de Voie conduit à la solution optimale dans ce cas.

Les figures 3.22 et 3.23 montrent la directivité et la variance en fonction de la puissance d'émission, ainsi que la répartition de puissance parmi les modes propres du canal. On observe que, comme attendu, la solution CPA et la Formation de Voie ont les mêmes comportements, tandis que l'Eig-BF essaye d'aller chercher une diversité qui n'existe pas car les trajets ne sont pas totalement Rayleigh et le canal n'est pas

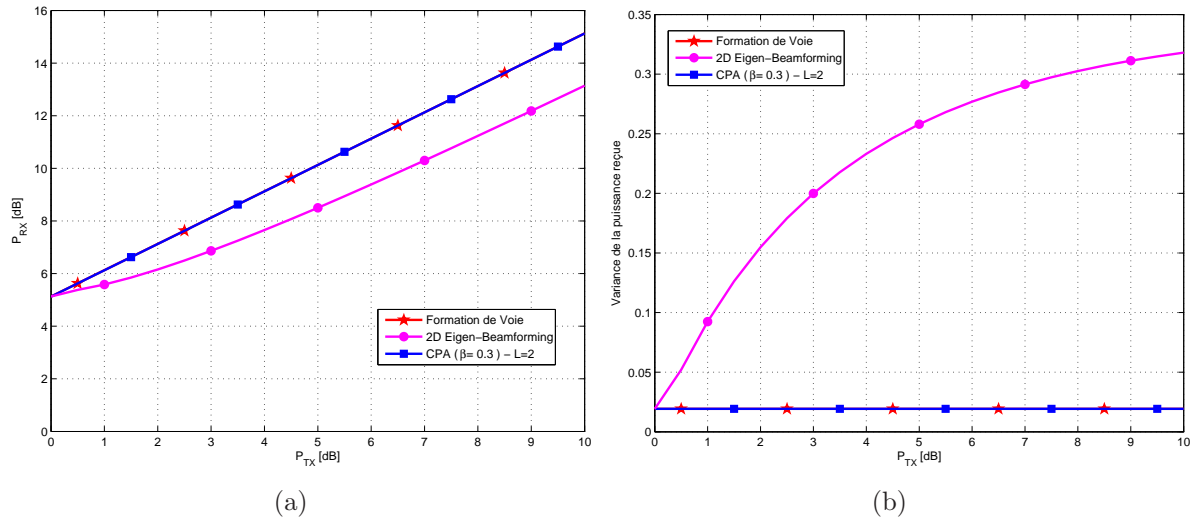


Fig. 3.22: Puissance reçue moyenne (a) et variance de la puissance reçue (b) en fonction de la puissance d'émission pour le canal sélectif en fréquence.

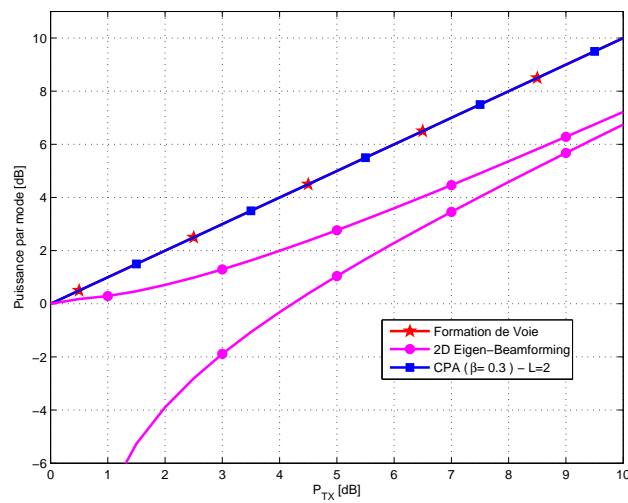


Fig. 3.23: Répartition de puissance entre les modes propres du canal en fonction de la puissance d'émission pour le canal sélectif en fréquence.

plat.

On a donc montré que la solution CPA est capable de discriminer le retard entre les trajets qui forment le canal grâce à l'utilisation de la matrice de covariance spatio-temporelle au lieu de la matrice de covariance spatiale comme dans la technique Eig-BF. Encore une fois l'utilisation de la technique CPA conduit à des gains de performance par rapport à la solution Eig-BF.

3.5.5 Besoin d'un nouveau critère

On a montré que le critère de minimum de variance et minimum de puissance d'émission proposé dans la section 3.5.2, équation (3.45), présente des avantages par rapport à la Formation de Voie et à la technique *Eigen-Beamforming*. Ces avantages sont accentués dans des canaux qui ne sont pas plats en fréquence et dont les coefficients ne suivent pas une distribution de Rayleigh. Néanmoins, même dans ce scénario, la solution CPA n'est pas très loin de l'optimal.

Par contre, on n'a pas résolu le problème de l'obtention du β optimal pour minimiser le TEB en fonction de la puissance d'émission. Par ailleurs, on a montré que le critère proposé conduit à une réduction du TEB par rapport à d'autres techniques, mais on n'est pas sûr que ce critère conduise à la minimisation du TEB, ce qui est le but ultime dans un système de communication numérique. Au vu de ces points, on propose par la suite un nouveau critère basé directement sur la minimisation du TEB.

3.6 Minimisation du TEB

On propose par la suite un nouveau critère basé directement sur la minimisation du TEB au niveau du mobile. On a déjà vu que la technique *Eigen-Beamforming* conduit à la minimisation du TEB dans le cas d'un canal de Rayleigh plat. Le but ici est de proposer une technique capable d'atteindre le minimum de TEB dans le cas général d'un canal et d'une modulation quelconque.

3.6.1 Modèle de signal

On garde le même schéma de transmission, présenté dans la figure 3.1. Alors, on part du modèle de signal présenté dans la section 3.5.1. Plus particulièrement de l'expression de la puissance reçue par le mobile donnée par l'équation (3.42), répétée ici par convenance :

$$P(b) = P_{\text{TX}} \boldsymbol{\omega}^H \mathcal{R}(b) \boldsymbol{\omega} ,$$

où $\mathcal{R}(b) = \mathcal{H}(b)\mathcal{H}(b)^H$ est la Matrice de Covariance Spatio-Temporelle (MCST) du canal $\mathcal{H}(b)$.

Tab. 3.3: Paramètres N , \overline{N}_e et d_{\min} pour les modulations QAM.

Modulation	N	\overline{N}_e	d_{\min}
BPSK	1	1	$\frac{2}{\sqrt{2}} = 1,4142^*$
4-QAM	2	2	$\frac{2}{\sqrt{2}} = 1,4142$
16-QAM	4	3	$\frac{2}{\sqrt{10}} = 0,6325$
64-QAM	6	3,5	$\frac{2}{\sqrt{42}} = 0,3086$
256-QAM	8	3,75	$\frac{2}{\sqrt{170}} = 0,1534$
1024-QAM	10	3,85	$\frac{2}{\sqrt{682}} = 0,0766$

* Le d_{\min} pour la BPSK est le d_{\min} équivalent, en considérant la puissance du bruit selon une seule dimension.

Le RSB au niveau du mobile pour le bloc b s'écrit alors

$$\gamma_b = \frac{P(b)}{\sigma_v^2} = P_{\text{TX}} \frac{\boldsymbol{\omega}^H \mathcal{R}(b) \boldsymbol{\omega}}{\sigma_v^2} . \quad (3.60)$$

Considérons l'utilisation d'une modulation linéaire. De plus, considérons que le RSB est suffisamment élevé de façon à pouvoir négliger la probabilité d'occurrence d'erreurs au-delà des points voisins de la constellation. Par ailleurs, considérons l'utilisation d'un codage de Gray. D'après [36], on peut donc approximer le TEB au bloc b par l'expression suivante

$$TEB(b) \approx \frac{\overline{N}_e}{N} Q \left(\sqrt{\frac{d_{\min}^2}{2}} \gamma_b \right) , \quad (3.61)$$

où N est le nombre de bits par symbole, d_{\min} est la distance minimale entre 2 points pour une constellation de puissance unité, \overline{N}_e est le nombre moyen de voisins à distance minimale et la fonction $Q(\cdot)$ est donnée par

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt . \quad (3.62)$$

Les paramètres N , \overline{N}_e et d_{\min} pour les modulations QAM sont présentés dans le tableau 3.3. Il est important de noter que l'approximation (3.61) est valable pour n'importe quelle modulation linéaire, comme la PSK par exemple, et non seulement pour la QAM.

La figure 3.24 montre le TEB obtenu à partir de l'approximation (3.61) et le TEB obtenu à partir des simulations. On voit une légère déviation entre les deux courbes pour des TEB au-dessus de 5×10^{-1} . Par contre, pour des TEB au-dessous de cette valeur, ce qui correspond à la région d'intérêt, on observe que l'approximation est bonne pour n'importe quelle modulation.

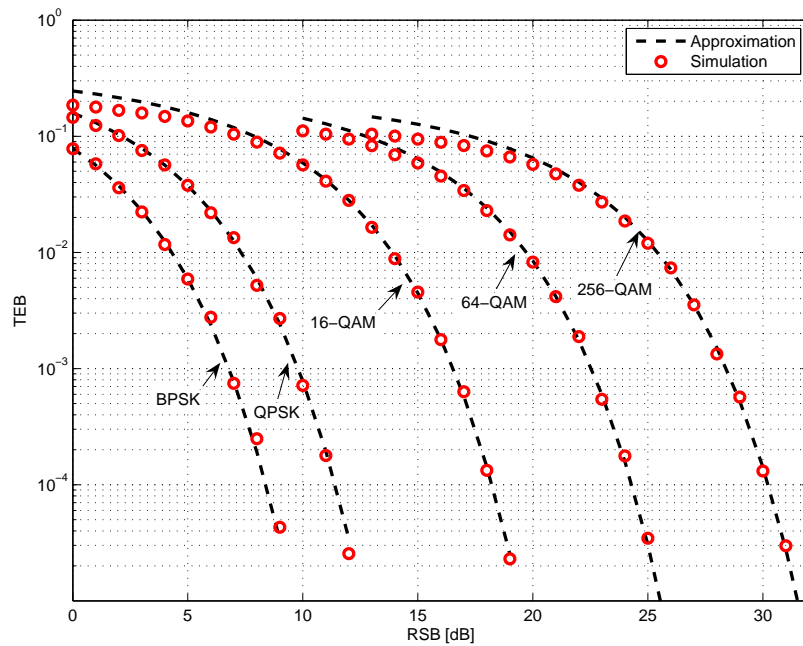


Fig. 3.24: Comparaison entre le TEB approximé donné par l'équation (3.61) et le TEB simulé.

3.6.2 Critère de minimum de TEB

Dans un contexte mono-utilisateur, le but recherché est la meilleure utilisation de la puissance d'émission disponible. Ainsi, on peut énoncer le critère de minimum de TEB comme la minimisation du TEB pour une puissance d'émission donnée. À partir de l'expression (3.61), on peut écrire ce critère comme

$$\begin{aligned} \min \quad \text{TEB} &= \mathbb{E}\{TEB(b)\} = \mathbb{E}\left\{\frac{\bar{N}_e}{N} Q\left(\sqrt{\frac{d_{\min}^2}{2} \gamma_b}\right)\right\} \\ \text{s.c.} \quad &\|\boldsymbol{\omega}\| = 1 \end{aligned} \quad (3.63)$$

On peut alors écrire la fonction coût à minimiser comme

$$J(\boldsymbol{\omega}) = \frac{\bar{N}_e}{N} \mathbb{E}\left\{Q\left(\sqrt{N_s \gamma_b}\right)\right\}, \quad (3.64)$$

où on a posé $N_s = \frac{d_{\min}^2}{2}$ pour simplifier l'écriture.

En remarquant que le terme $\frac{\bar{N}_e}{N}$ est constant et ne change pas la minimisation, on peut réécrire le critère proposé comme

$$\begin{aligned} \min \quad J_{\text{mBER}}(\boldsymbol{\omega}) &= \mathbb{E}\left\{Q\left(\sqrt{N_s \gamma_b}\right)\right\}, \\ \text{s.c.} \quad &\|\boldsymbol{\omega}\| = 1 \end{aligned} \quad (3.65)$$

où N_s est un paramètre qui dépend de la constellation choisie.

3.6.3 Algorithme mBER-TD-DB (*minimum BER-Transmit Diversity-Downlink Beamforming*)

Pour trouver la solution optimale correspondant au critère de minimum de TEB, on propose d'utiliser une méthode itérative basée sur la méthode du gradient [24, 8]. Étant donné que la contrainte concerne seulement la norme de $\boldsymbol{\omega}$, on peut la traiter de façon indépendante de la minimisation en soi. Ainsi, la méthode du gradient sera appliquée à la fonction coût $J_{\text{mBER}}(\boldsymbol{\omega})$ comme si c'était une minimisation sans contrainte. Après chaque itération du gradient, le vecteur $\boldsymbol{\omega}$ trouvé sera normalisé de façon à respecter la contrainte de puissance d'émission. Cela résulte en un algorithme simple et efficace, comme on verra par la suite.

Avant d'énoncer l'algorithme, calculons la dérivée de $Q(\sqrt{N_s \gamma_b})$ par rapport à $\boldsymbol{\omega}$

$$\frac{dQ(\sqrt{N_s \gamma_b})}{d\boldsymbol{\omega}} = \frac{dQ(\sqrt{N_s \gamma_b})}{d\gamma_b} \frac{d\gamma_b}{d\boldsymbol{\omega}}. \quad (3.66)$$

Pour le premier terme de la dérivée, en partant de l'équation (3.62), on obtient

$$\frac{dQ(\sqrt{N_s \gamma_b})}{d\gamma_b} = -\frac{N_s}{2\sqrt{2\pi N_s \gamma_b}} \exp\left(-\frac{N_s \gamma_b}{2}\right) \triangleq -f(\gamma_b). \quad (3.67)$$

Notons que la fonction $f(\gamma_b)$ ainsi définie dépend indirectement de $\boldsymbol{\omega}$.

En exploitant l'équation (3.60), le second terme de la dérivée vaut

$$\frac{d\gamma_b}{d\boldsymbol{\omega}} = 2 \frac{P_{\text{TX}}}{\sigma_v^2} \mathcal{R}(b) \boldsymbol{\omega}. \quad (3.68)$$

Finalement, on aboutit au gradient de $J_{\text{mBER}}(\boldsymbol{\omega})$, qui s'écrit comme

$$\nabla J_{\text{mBER}}(\boldsymbol{\omega}) = \frac{\partial J_{\text{mBER}}(\boldsymbol{\omega})}{\partial \boldsymbol{\omega}} = -2 \frac{P_{\text{TX}}}{\sigma_v^2} \mathbb{E} \left\{ f(\gamma_b) \mathcal{R}(b) \right\} \boldsymbol{\omega}. \quad (3.69)$$

On note que, à une itération donnée, l'espérance $\mathbb{E} \left\{ f(\gamma_b) \mathcal{R}(b) \right\}$ correspond à une matrice de covariance formée par les matrices $\mathcal{R}(b)$ pondérées par la fonction $f(\gamma_b)$. On pose alors

$$\mathbf{R}_k = \mathbb{E} \left\{ f(\gamma_b) \mathcal{R}(b) \right\} \quad (3.70)$$

comme la matrice de covariance résultante à l'itération k de l'algorithme.

La fonction $f(\gamma_b)$ peut être vue comme un estimateur du TEB du bloc b pour des RSB relativement élevés, comme montre la figure 3.25. On peut voir que, pour $\gamma_b > -5$ dB, la fonction $f(\gamma_b)$ est une bonne approximation pour la fonction $Q(\sqrt{\gamma_b})$. Par contre, pour des RSB inférieurs à -5 dB, la fonction $f(\gamma_b)$ peut être vue comme

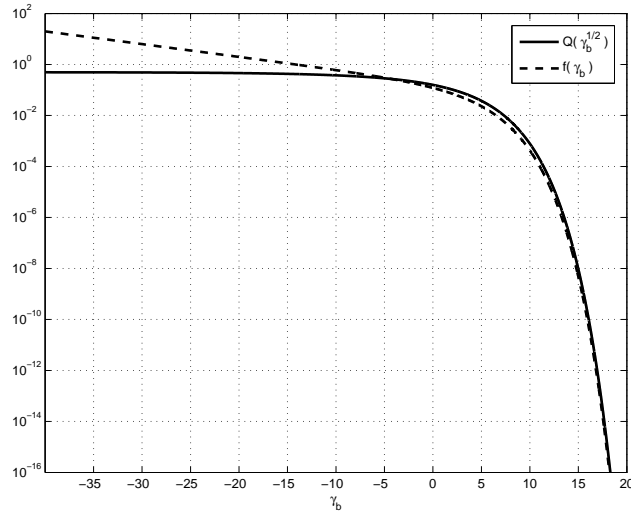


Fig. 3.25: Comparaison entre les fonctions $Q(\sqrt{\gamma_b})$ et $f(\gamma_b)$.

un indicatif de la qualité du signal, plus la valeur de cette fonction est importante, pire est la qualité du signal.

Ainsi, la moyenne pondérée dont le résultat est la matrice \mathbf{R}_k accorde plus d'importance aux blocs dont le TEB est élevé et, parmi ces blocs, plus particulièrement à ceux dont le RSB instantané γ_b est très faible. Par conséquent, dans l'obtention du précodeur $\boldsymbol{\omega}$ optimal, on tiendra davantage compte de ces blocs de façon à minimiser la probabilité d'occurrence de très faibles puissances reçues. Comme montré dans la section 3.4, cette procédure mène à la réduction du TEB.

À ce point, on peut faire un parallèle entre le critère de minimum de TEB et celui qui vise à maximiser le RSB, présenté dans la section 2.5.2. Le critère de maximum de RSB, contrairement à celui de minimum de TEB, pondère les matrices $\mathcal{R}(b)$ de tous les blocs avec la même intensité. Cela revient à donner la même force à des blocs dont le TEB est différent à cause du *fading*. Cependant, comme la technique de maximisation du RSB est basée sur la matrice moyenne sur tous les blocs, elle ne peut pas voir cette variation de puissance entre les différents blocs. Ceci représente le grand avantage du critère proposé ici par rapport au critère classique de maximisation du RSB.

Algorithme mBER-TD-DB Comme mentionné auparavant, l'algorithme proposé, appelé mBER-TD-DB (*minimum BER-Transmit Diversity-Downlink Beamforming*), est composé de deux étapes : la mise à jour de $\boldsymbol{\omega}$ par une méthode de type gradient et la normalisation de $\boldsymbol{\omega}$ pour respecter la contrainte.

En partant du gradient exprimé dans (3.69) et en posant k comme l'indice d'itéra-

tion, on peut écrire une itération de la méthode du gradient comme

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\omega}_{k+1} &= \boldsymbol{\omega}_k - \mu' \frac{\nabla J_{\text{mBER}}(\boldsymbol{\omega}_k)}{\|\nabla J_{\text{mBER}}(\boldsymbol{\omega}_k)\|} \\
&= \boldsymbol{\omega}_k + \mu' \frac{2 \frac{P_{\text{TX}}}{\sigma_v^2} \mathbf{R}_k \boldsymbol{\omega}_k}{2 \frac{P_{\text{TX}}}{\sigma_v^2} \|\mathbf{R}_k \boldsymbol{\omega}_k\|} \\
&= \boldsymbol{\omega}_k + \mu' \frac{\mathbf{R}_k \boldsymbol{\omega}_k}{\|\mathbf{R}_k \boldsymbol{\omega}_k\|},
\end{aligned} \tag{3.71}$$

où μ' est le pas d'adaptation. On a pris le gradient normalisé car il nous faut juste la direction d'adaptation, une fois que μ' règle déjà le pas d'adaptation. Par ailleurs, comme la fonction $f(\gamma_b)$ peut prendre des valeurs assez faibles selon le RSB, la norme des éléments de la matrice \mathbf{R}_k varie aussi en fonction du RSB. L'utilisation du gradient normalisé rend donc le pas d'adaptation indépendante du RSB.

Ensuite, le précodeur $\boldsymbol{\omega}_{k+1}$ doit être normalisé pour respecter la contrainte

$$\boldsymbol{\omega}_{k+1} = \frac{\boldsymbol{\omega}_{k+1}}{\|\boldsymbol{\omega}_{k+1}\|}. \tag{3.72}$$

En rappelant que $\boldsymbol{\omega}_k$ a aussi été normalisé, on en conclut que l'équation d'adaptation (3.71) ne fait que changer la direction de $\boldsymbol{\omega}_k$, mais pas sa norme. On propose donc de faire une combinaison convexe de deux termes pour obtenir le nouveau précodeur $\boldsymbol{\omega}_{k+1}$. On en arrive ainsi à l'équation d'adaptation suivante

$$\boldsymbol{\omega}_{k+1} = (1 - \mu)\boldsymbol{\omega}_k + \mu \frac{\mathbf{R}_k \boldsymbol{\omega}_k}{\|\mathbf{R}_k \boldsymbol{\omega}_k\|}, \tag{3.73}$$

où μ est le coefficient d'adaptation. Ce coefficient règle de combien $\boldsymbol{\omega}_k$ sera changé à chaque itération.

Le tableau 3.4 montre l'algorithme mBER-TD-DB. On reviendra sur le choix du coefficient d'adaptation et de l'initialisation plus tard. Dans la suite, on s'intéresse à l'obtention d'un critère d'arrêt pour l'algorithme proposé. Pour cela, considérons l'équation (3.73) exprimée autrement

$$\boldsymbol{\omega}_{k+1} = \boldsymbol{\omega}_k + \underbrace{\mu \left(\frac{\mathbf{R}_k \boldsymbol{\omega}_k}{\|\mathbf{R}_k \boldsymbol{\omega}_k\|} - \boldsymbol{\omega}_k \right)}_{\Delta \boldsymbol{\omega}_k}. \tag{3.74}$$

Dû à la normalisation considérée, les termes $\frac{\mathbf{R}_k \boldsymbol{\omega}_k}{\|\mathbf{R}_k \boldsymbol{\omega}_k\|}$ et $\boldsymbol{\omega}_k$ ont la même norme et sont donc comparables. L'adaptation est faite donc par l'ajout de la direction d'adaptation $\Delta \boldsymbol{\omega}_k$ multipliée par μ au précodeur $\boldsymbol{\omega}_k$. Par conséquent, l'adaptation se termine quand le terme $\Delta \boldsymbol{\omega}_k$ devient nul. Alors, la condition d'arrêt est que la norme de $\Delta \boldsymbol{\omega}_k$ soit inférieure à une tolérance donnée ϵ_{mBER} .

Tab. 3.4: Algorithme mBER-TD-DB

1. Initialisation

$$\boldsymbol{\omega} = \sqrt{\frac{1}{L}} \left[1 \underbrace{0 \dots 0}_{M \text{ zéros}} 1 \underbrace{0 \dots 0}_{M \text{ zéros}} 1 \dots \right]^T$$

$$k = 1$$

2. Calcul de $f(\gamma_b)$ et \mathbf{R}_k

$$\gamma_b = P_{\text{TX}} \frac{\boldsymbol{\omega}_{k-1}^H \mathbf{R}(b) \boldsymbol{\omega}_{k-1}}{\sigma_v^2} \quad \forall b$$

$$f(\gamma_b) = \frac{N_s}{2\sqrt{2\pi N_s \gamma_b}} \exp\left(-\frac{N_s \gamma_b}{2}\right) \quad \forall b$$

$$\mathbf{R}_k = \mathbb{E} \left\{ f(\gamma_b) \mathbf{R}(b) \right\}$$

3. Calcul de $\Delta \boldsymbol{\omega}_k$

$$\Delta \boldsymbol{\omega}_k = \frac{\mathbf{R}_k \boldsymbol{\omega}_{k-1}}{\|\mathbf{R}_k \boldsymbol{\omega}_{k-1}\|} - \boldsymbol{\omega}_{k-1}$$

4. Mise à jour de $\boldsymbol{\omega}_k$

$$\boldsymbol{\omega}_k = \boldsymbol{\omega}_{k-1} + \mu \Delta \boldsymbol{\omega}_k$$

5. Normalisation de $\boldsymbol{\omega}_k$

$$\boldsymbol{\omega}_k = \frac{\boldsymbol{\omega}_k}{\|\boldsymbol{\omega}_k\|}$$

6. Condition d'arrêt sur la valeur de $\Delta \boldsymbol{\omega}_k$

- (a) Si $\|\Delta \boldsymbol{\omega}_k\| > \epsilon_{\text{mBER}}$, alors $k = k + 1$ et retour à l'étape 2
 - (b) Sinon, arrêt.
-

L'équation (3.74) montre par ailleurs que le précodeur optimal $\boldsymbol{\omega}_{\text{opt}}$ est vecteur propre de \mathbf{R}_{opt} , car à l'optimum on a $\Delta\boldsymbol{\omega}_{\text{opt}} = 0$, ce qui peut aussi être réécrit comme

$$\mathbf{R}_{\text{opt}} \boldsymbol{\omega}_{\text{opt}} - \|\mathbf{R}_{\text{opt}} \boldsymbol{\omega}_{\text{opt}}\| \boldsymbol{\omega}_{\text{opt}} = 0 . \quad (3.75)$$

On voit donc que $\boldsymbol{\omega}_{\text{opt}}$ est vecteur propre de \mathbf{R}_{opt} et la valeur propre vaut $\|\mathbf{R}_{\text{opt}}\boldsymbol{\omega}_{\text{opt}}\|$. De plus, en rappelant l'équation (3.71), on en conclut que $\boldsymbol{\omega}_{\text{opt}}$ est vecteur propre associé à la valeur propre maximale de \mathbf{R}_{opt} , vu que (3.71) correspond à une itération de la méthode de la puissance itérée.

On insiste sur le fait que \mathbf{R}_{opt} est obtenu à partir de $\boldsymbol{\omega}_{\text{opt}}$. En conséquence, ce n'est pas possible de trouver directement la valeur de $\boldsymbol{\omega}_{\text{opt}}$ par une décomposition en éléments propres, d'où le besoin d'une procédure itérative comme celle proposée. Cette procédure revient à faire de petits changements à la matrice \mathbf{R}_k et au vecteur $\boldsymbol{\omega}_k$ à chaque itération de façon à trouver les valeurs optimales \mathbf{R}_{opt} et $\boldsymbol{\omega}_{\text{opt}}$.

Faire des changements petits correspond à avoir un μ petit. De façon analogue aux algorithmes basés sur le gradient, la valeur de μ est responsable de deux caractéristiques de la convergence, à savoir la vitesse de convergence et l'erreur résiduelle (ou la finesse de convergence). Un plus grand μ mène à une convergence plus vite, mais aussi à une plus grande erreur résiduelle. Il y a cependant une limite à la valeur de μ , au-delà de laquelle, l'algorithme ne converge plus. D'autre part, un plus petit μ conduit à une erreur résiduelle plus faible, mais aussi à une convergence plus lente. Il y a donc un compromis entre la vitesse de convergence et l'erreur résiduelle.

Une analyse théorique plus détaillée de la convergence de l'algorithme mBER-TD-DB n'est pas évidente et la convergence de cet algorithme vers le minimum global n'a pas encore été prouvée. Cependant, on croit que l'obtention de résultats dans ce domaine est possible et on considère cela comme une des suites possibles de ce travail. Cela est corroboré par le fait que l'on n'a pas observé un seul cas de divergence ou de convergence vers des minimums relatifs lors de simulations réalisées avec des canaux Rayleigh, où l'on connaît l'optimum global donné par la solution *Eigen-Beamforming*. Pour les autres types de canaux, il n'existe pas dans la littérature de techniques pour minimiser le TEB. Alors, on ne peut pas comparer la solution trouvée par l'algorithme proposé avec d'autres solutions, mais les simulations indiquent que la solution mBER-TD-DB serait l'optimum global.

Quant au pas d'adaptation utilisé, on l'a déterminé de façon empirique pour avoir un bon compromis entre une convergence rapide et une erreur résiduelle faible, comme sera montré dans la section suivante. Une valeur typique serait $\mu = 0,5$.

Pour finir, on revient sur l'initialisation de l'algorithme, étape 1 dans le tableau 3.4. De même que pour la technique CPA, on propose une initialisation à *maximum de diversité*, qui est bien adaptée lorsque la puissance d'émission est élevée et le TEB résultant est très faible. Cette initialisation correspond à l'utilisation d'un *précodeur diagonal* qui lie simplement chaque capteur virtuel à un capteur réel (cf. figure 3.1). Cela correspond à l'application de la technique de diversité de transmission directement aux capteurs réels, sans rien faire. Ensuite, si nécessaire, pendant l'exécution de l'algorithme le précodeur $\boldsymbol{\omega}$ sera adapté pour minimiser le TEB.

3.6.4 Résultats des simulations

Les simulations présentées ici ont été obtenues dans les mêmes conditions que celles présentées dans la section 3.5.4, c'est-à-dire, une antenne multi-capteurs linéaire avec $K=4$ capteurs espacés de $\lambda_c/2$ et un précodeur à $L=2$ couches. On suppose l'utilisation d'une modulation 4-QAM, dont l'expression du TEB est donnée par l'équation (3.56) et on considère deux des trois scénarios de simulation présentés dans la section 3.5.4, à savoir un canal NLOS et un canal sélectif en fréquence.

Ici on a utilisé $N_t = 200\,000$ blocs d'apprentissage au lieu de 30 000 comme auparavant, mais on a gardé $N_d = 100\,000$ blocs de données pour mesurer les performances des techniques. L'augmentation du nombre de blocs d'apprentissage a été nécessaire pour éliminer le caractère erratique des courbes correspondant à la solution mBER-TD-DB. Cela vient du fait que, en raison de la non-linéarité présente dans le critère, l'estimation de la matrice \mathbf{R}_k nécessite un plus grand nombre de blocs lorsque le TEB est, par conséquent, la fonction $f(\cdot)$ deviennent très faibles. Les solutions Eig-BF et CPA sont moins sensibles à ce phénomène car elles sont basées sur un critère d'ordre 2 et 4, respectivement. En conséquence, le nombre de blocs nécessaires pour avoir une bonne estimation est plus faible pour ces solutions. La solution mBER-TD-DB, par contre, estime de façon implicite les statistiques d'ordres supérieurs, ce qui demande une fenêtre d'estimation plus importante. On souligne que l'on pourrait utiliser un nombre de blocs d'apprentissage beaucoup plus réduit lorsque le TEB de la solution est élevé et augmenter ce nombre pour des TEB plus faibles. Cependant, pour simplifier les simulations, on a utilisé le même nombre de blocs pour tous les points.

Dans la suite, on compare les solutions suivantes : *Eigen-Beamforming* (Eig-BF), *Constant Power Approach* (CPA) et la technique mBER-TD-DB proposée dans cette section.

3.6.4.1 Scénario NLOS

Le scénario NLOS simulé correspond à un seul trajet dans la direction 0° et un étalement angulaire Δ autour de cette direction. C'est donc un canal plat en fréquence. Ce scénario a été défini dans [43]. Pour plus de détails, voir la section 3.5.4.1.

On s'intéresse particulièrement au cas $\Delta = 5^\circ$, où la solution CPA présente une dégradation par rapport à la solution Eig-BF à des valeurs de TEB relativement hautes. Par contre, toutes les observations et conclusions relatives au scénario NLOS avec $\Delta = 5^\circ$ sont aussi valables pour $\Delta = 25^\circ$.

On commence par le réglage du pas d'adaptation μ . On a remarqué que la valeur maximale de μ pour garantir la convergence de l'algorithme dépend du TEB. Pour des valeurs de TEB plus élevées, un pas d'adaptation proche de 1 peut être utilisé. Par contre, lorsque le TEB final décroît, il faut aussi réduire la valeur de μ pour garantir la convergence fine de l'algorithme. Dans cette situation (TEB faible), les erreurs sont surtout dues au fading et non pas au bruit thermique. Ainsi, l'adaptation du précodeur ω_k peut avoir un grand impact sur le TEB de différents blocs. Cela peut

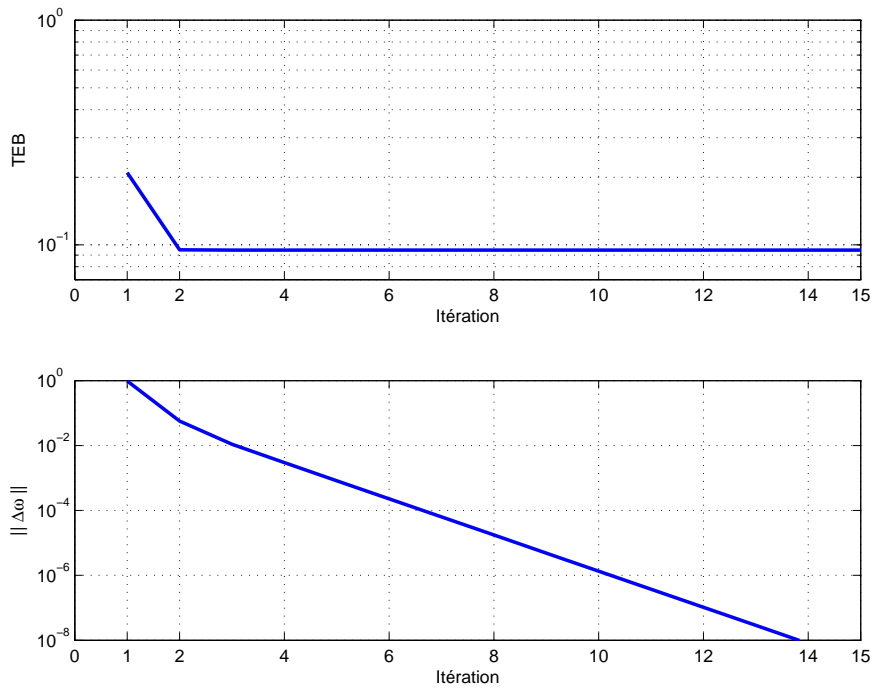
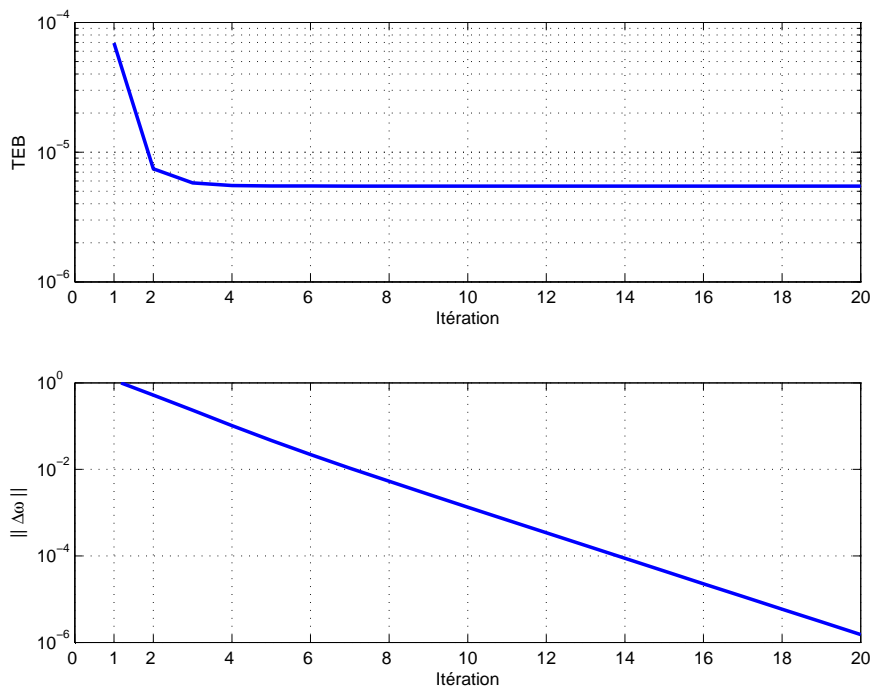
(a) $P_{\text{TX}} = 0$ dB et $\mu = 1$ (b) $P_{\text{TX}} = 30$ dB et $\mu = 0,6$

Fig. 3.26: Convergence de l'algorithme mBER-TD-DB pour une puissance d'émission de 0 dB (a) et 30 dB (b). Les figures montrent le TEB et $\|\Delta\omega_k\|$ à chaque itération.

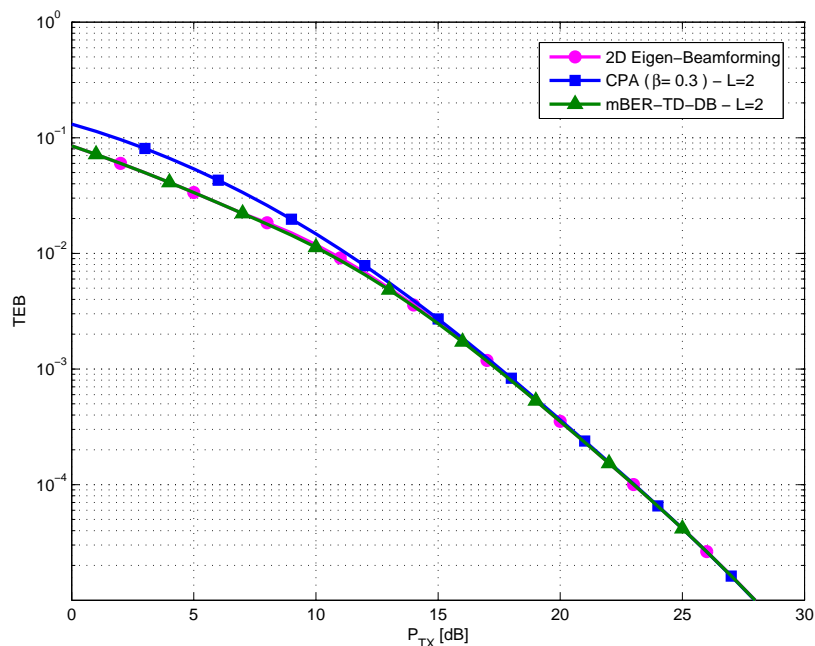


Fig. 3.27: Scénario NLOS pour $\Delta = 5^\circ$ et modulation 4-QAM.

entraîner un changement important de la matrice \mathbf{R}_k et conduire, par conséquent, à un changement important du précodeur $\boldsymbol{\omega}_{k+1}$ à l'itération d'après. Pour éviter cela, il faut réduire la valeur de μ .

La figure 3.26(a) montre la convergence pour une puissance d'émission de 0 dB et $\mu = 1$. On voit que la convergence est assez rapide. On peut dire qu'une seule itération suffit pour que l'algorithme converge (à partir de l'initialisation proposée). Au-delà de cette première itération, on raffine la solution, comme on peut voir par la norme de l'adaptation qui décroît au cours des itérations. Cependant, ce raffinement n'apporte pas d'amélioration significative au TEB. On peut dire de même pour une puissance d'émission de 30 dB, dont la convergence est montrée dans la figure 3.26(b), où on a utilisé $\mu = 0,6$. On a dû réduire le pas d'adaptation dû aux faibles TEB résultants. On observe que cela entraîne une réduction de la vitesse de convergence. Néanmoins, la convergence reste rapide, typiquement en moins de 10 itérations. Dans la suite, on a utilisé $\mu = 0,6$ comme pas d'adaptation fixe pour n'importe quelle puissance d'émission.

La figure 3.27 montre le TEB des techniques simulées en fonction de la puissance d'émission. On note que la technique mBER-TD-DB est capable d'atteindre la solution optimale et qu'elle conduit aux mêmes performances que l'Eig-BF, même dans la région où la technique CPA présente une dégradation par rapport à cette solution optimale.

La technique mBER-TD-DB arrive à de meilleures performances que le CPA car elle est capable de s'adapter aux différentes conditions de RSB de façon automatique. Cela est fait par le biais de la fonction $f(\cdot)$ qui pondère les matrices de covariance.

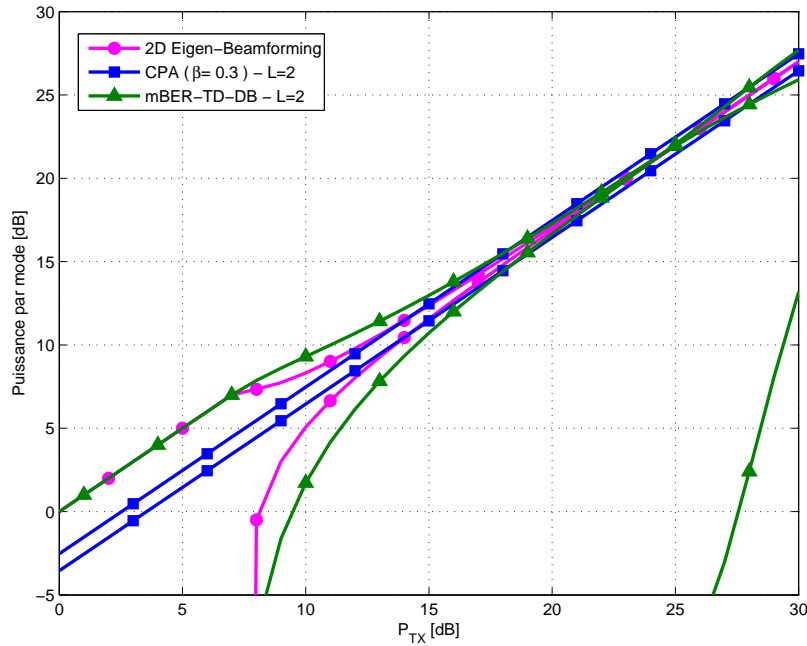


Fig. 3.28: Répartition de puissance parmi les modes propres du canal en fonction de la puissance d'émission pour le scénario NLOS avec $\Delta = 5^\circ$.

Ainsi, quand le RSB en réception est faible (et par conséquent le TEB est élevé), la matrice \mathbf{R}_k tendra vers la matrice de covariance moyenne et la solution sera la formation de voie. Par contre, lorsque le RSB en réception est important (et par conséquent le TEB est faible), la matrice \mathbf{R}_k ne tiendra compte que des blocs où le TEB instantané est élevé, la fonction $f(\cdot)$ étant négligeable pour tous les autres blocs. De cette façon, au lieu de maximiser la puissance reçue en n'utilisant que le vecteur propre maximum, la solution mBER-TD-DB utilise les autres modes du canal, comme montre la figure 3.28, et met l'accent sur la diversité pour baisser le TEB moyen.

La figure 3.29 montre la puissance reçue moyenne et la variance de la puissance reçue en fonction de la puissance d'émission. On voit ici aussi l'adaptation de la solution mBER-TD-DB en fonction de la puissance d'émission. Contrairement à la solution CPA qui maintient toujours le même compromis entre le gain en terme de puissance moyenne et de variance, la solution mBER-TD-DB est capable de moduler ces gains de façon à s'adapter au mieux aux conditions du canal et à la puissance d'émission. Cela conduit à des performances optimales, comme montré par le TEB, figure 3.27.

3.6.4.2 Canal sélectif en fréquence

Le canal sélectif en fréquence utilisé ici est celui présenté en [33]. Ce canal est formé par 9 trajets étalés sur 8 temps symboles, comme montré dans le tableau 3.5, pour une direction de 0° et un étalement angulaire de 20° . Par ailleurs, on utilise toujours $L = 2$ couches dans le précodeur. Comme mentionné auparavant, il faut uti-

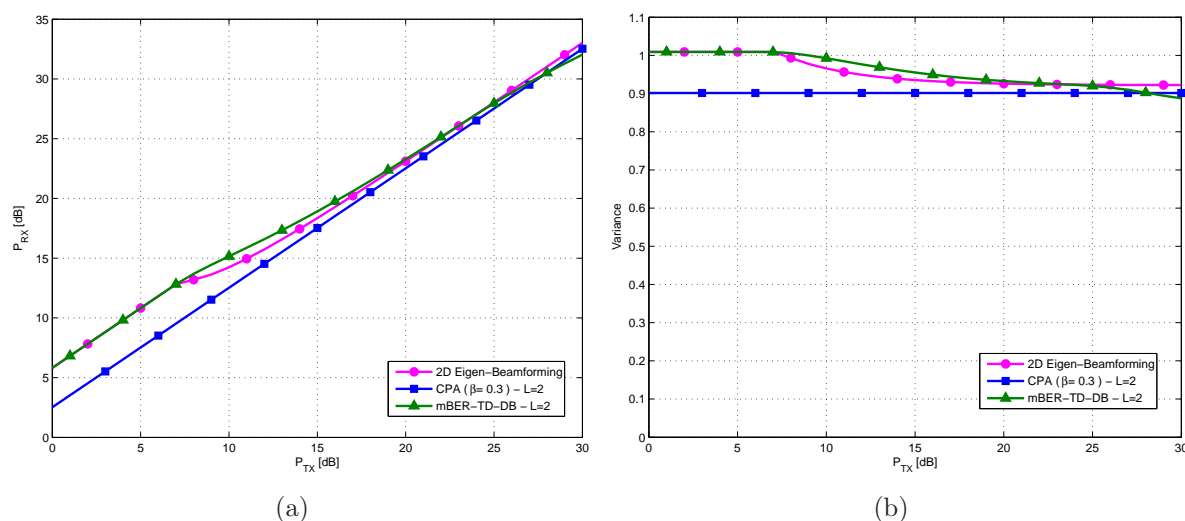


Fig. 3.29: Puissance reçue moyenne (a) et variance de la puissance reçue (b) en fonction de la puissance d'émission pour le scénario NLOS avec $\Delta = 5^\circ$.

liser le DTD comme technique de DT, vu que le canal est sélectif en fréquence. Et, comme montré dans la section 3.5.4.3, l'ensemble formé par la diversité de transmission et le précodeur correspond, dans ce cas, à un filtre spatio-temporel en émission. On remarque que ce canal possède déjà une diversité temporelle qui pourrait être exploitée par une antenne à un seul capteur. Par contre, l'utilisation d'une antenne multi-capteurs ouvre la possibilité de mettre à profit aussi la diversité spatiale du canal, augmentant l'ordre de diversité globale.

Tab. 3.5: Caractéristiques du canal sélectif en fréquence [33]

Trajet	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Direction	0°	10°	-10°	9°	-9°	20°	-20°	30°	40°
Transmittance [dB]	-2	-7	-7	-4	-4	-9	-10	-15	-20
Retard [τ]	0	0	0	1	1	2	3	6	8

La figure 3.30 montre le TEB des techniques simulées en fonction de la puissance d'émission pour le canal sélectif en fréquence. On a utilisé $\mu = 0,05$ comme pas d'adaptation pour garantir une convergence fine, nécessaire aux très faibles TEB atteints pour ce scénario. On observe que les techniques Eig-BF et CPA ont des performances assez proches, tandis que la technique mBER-TD-DB est capable d'atteindre des TEB légèrement inférieurs jusqu'à environ 15 dB et à partir de cette valeur montre un gain significatif par rapport aux deux autres techniques. On note bien que la solution mBER-TD-DB est celle à TEB minimum et constitue donc une borne inférieure pour les autres techniques.

La figure 3.31 montre la puissance reçue moyenne et la variance de la puissance reçue en fonction de la puissance d'émission. On voit l'adaptation du compromis

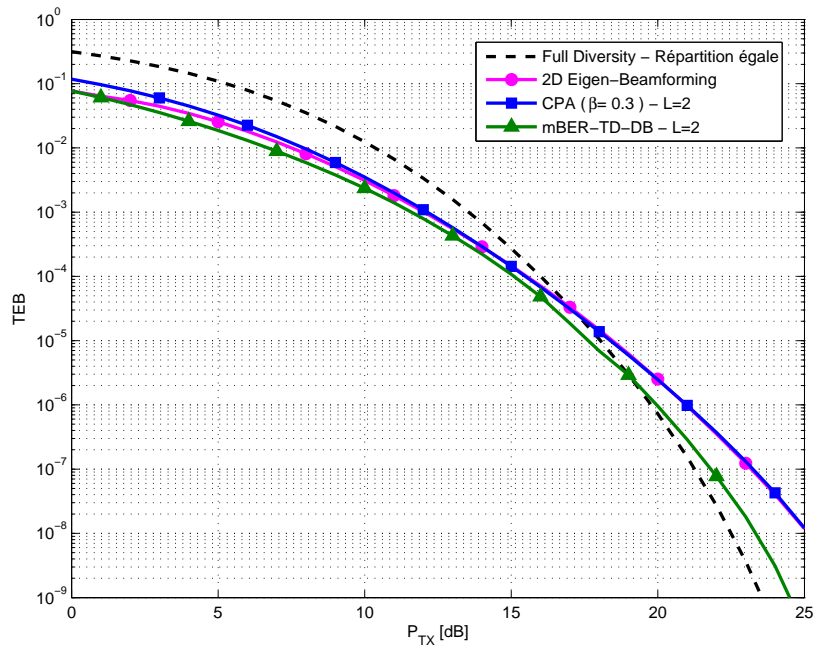


Fig. 3.30: Canal sélectif en fréquence et modulation 4-QAM.

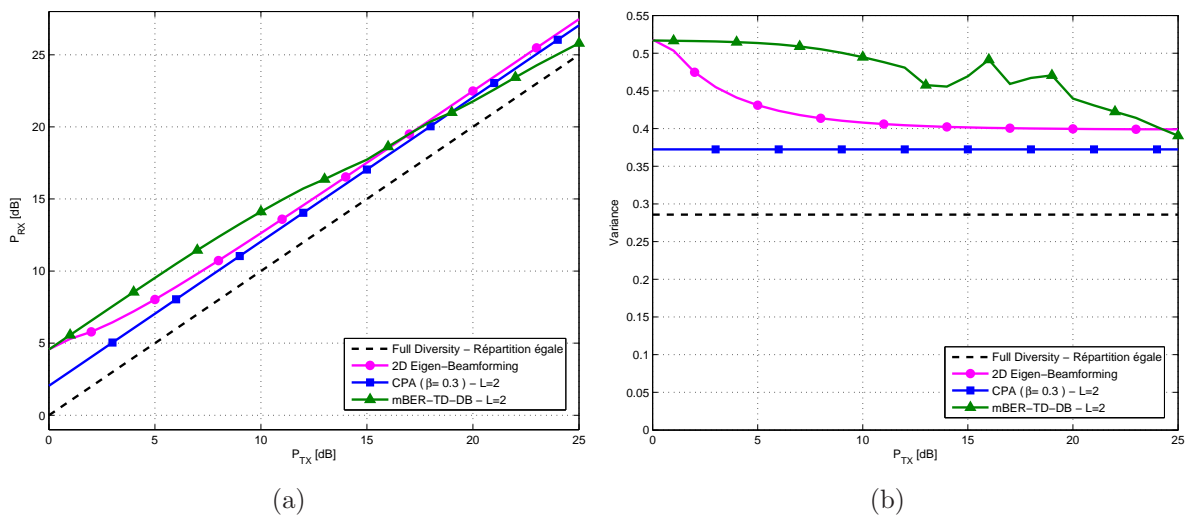


Fig. 3.31: Puissance reçue moyenne (a) et variance de la puissance reçue (b) en fonction de la puissance d'émission pour le canal sélectif en fréquence.

directivité *versus* diversité en fonction de la puissance d'émission pour la technique mBER-TD-DB.

3.7 Conclusion

Dans ce chapitre, on a proposé deux techniques pour allier la diversité de transmission à la formation de voie dans le but ultime de minimiser le TEB au niveau du récepteur mobile pour une puissance d'émission donnée à la station de base.

La première technique proposée, *Constant Power Approach* (CPA), est basée sur la minimisation de la variance de la puissance reçue. Le critère CPA est un critère semblable au CMA, à savoir un critère d'ordre 4. Les performances de cette technique sont équivalentes à celle de la technique optimale *Eigen-Beamforming* quand le canal est plat et de distribution Rayleigh. Lorsque ces hypothèses ne sont plus vérifiées, le CPA conduit à une nette amélioration des performances.

Cependant, les performances de la technique CPA sont fortement dépendantes du réglage d'un paramètre (β). Ce paramètre règle l'importance donnée à la directivité par rapport à la diversité. Dans le but de surmonter ce problème, on a proposé une deuxième technique, *minimum BER-Transmit Diversity-Downlink Beamforming* (mBER-TD-DB), basée directement sur la minimisation du TEB pour une puissance d'émission donnée. En utilisant l'information du TEB instantané sur chacun des blocs, cette technique est capable de régler de façon adaptative le compromis entre directivité et diversité pour obtenir toujours le minimum de TEB.

De plus, la technique mBER-TD-DB a été utilisée comme base pour la proposition d'une technique multi-utilisateurs permettant d'allier la diversité de transmission à la formation de voie multi-utilisateurs, présentée dans le chapitre 4.

4

Techniques multi-utilisateurs

4.1 Introduction

Dans un contexte multi-utilisateurs, le souci principal est la coexistence de plusieurs utilisateurs dans la même cellule au vu de l'interférence occasionnée entre eux. Ainsi, la question dans ce cas est plutôt comment utiliser au mieux la puissance d'émission en considérant l'antenne multi-capteurs pour servir le plus grand nombre d'utilisateurs possible, tout en respectant la qualité de lien demandée par chaque utilisateur. Cette question nous conduit, pour un nombre fixé d'utilisateurs, à un critère basé sur la minimisation de la puissance d'émission sous les contraintes de TEB cible de chaque utilisateur. Ce critère peut être vu comme une extension de la technique mBER-TD-DB au cas multi-utilisateurs.

Ce chapitre présente donc l'extension de la technique mBER-TD-DB proposée au chapitre 3 au cas multi-utilisateurs. La technique mBER-TD-DB considère l'existence d'un seul utilisateur mobile et est basée sur la minimisation du TEB au niveau de cet utilisateur sous la contrainte d'une puissance d'émission maximale. Cela répond à la question de comment utiliser au mieux la puissance d'émission pour avoir la meilleure qualité au niveau de la couche physique concernant la transmission point-à-point entre la station de base et l'utilisateur mobile.

Dans ce chapitre on pose le problème multi-utilisateurs et on propose comme critère de minimiser la puissance d'émission tout en respectant les TEB cibles de chaque utilisateur. Ce faisant, on augmente la capacité du système puisque la station de base aura une réserve de puissance d'émission pour servir encore d'autres utilisateurs. On propose aussi un algorithme itératif pour trouver la solution optimale du critère proposé.

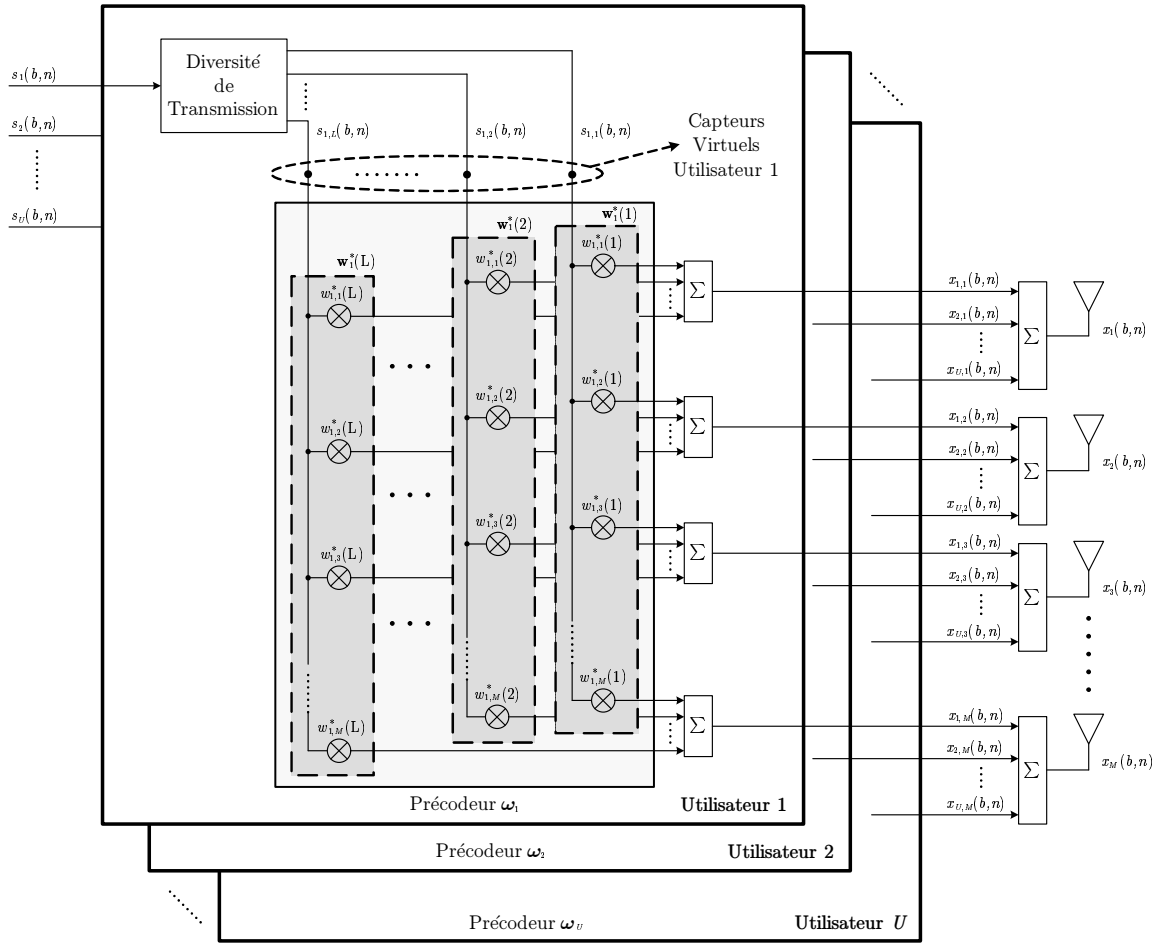


Fig. 4.1: Schéma de transmission multi-utilisateurs : précodeur ω_u appliqué à l'antenne multi-capteurs à la SB et diversité de transmission appliquée aux antennes virtuelles.

4.2 Modèle de signal

On considère que la station de base (SB) sert U utilisateurs mobiles dans une cellule d'un système de communication radio-mobile. À chaque utilisateur correspond un précodeur et une technique de diversité de transmission résultant dans le schéma de transmission montré dans la figure 2.3. Les signaux des différents utilisateurs sont émis en même temps par l'antenne multi-capteurs, comme montré par la figure 2.6 et répété ici dans la figure 4.1 par convenance.

En partant du modèle de signal et du développement présenté dans les sections 3.5.1 et 3.6.1, on peut écrire le signal reçu par l'utilisateur u comme

$$y_u(b, n) = \underbrace{\omega_u^H \mathcal{H}_u(b) \mathbf{s}_u(b, n)}_{y_{u,u}(b, n)} + \underbrace{\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \omega_i^H \mathcal{H}_u(b) \mathbf{s}_i(b, n)}_{y_{u,i}(b, n)} + \nu(b, n), \quad (4.1)$$

où les précodeurs $\boldsymbol{\omega}_u$ sont à norme unité, c'est-à-dire que $\|\boldsymbol{\omega}_u\| = 1$. Le premier terme de l'équation précédente correspond au signal reçu par l'utilisateur u dû à l'émission du signal destiné à lui-même. Le deuxième terme représente l'interférence reçue à cause de l'émission vers tous les autres $U - 1$ utilisateurs.

Ainsi, la puissance utile reçue par l'utilisateur u est donnée par

$$P_u(b) = \mathbb{E} \left\{ |y_{u,u}(b, n)|^2 \right\} = p_u \boldsymbol{\omega}_u^H \mathbf{R}_u(b) \boldsymbol{\omega}_u, \quad (4.2)$$

où $\mathbf{R}_u(b) = \mathcal{H}_u(b) \mathcal{H}_u(b)^H$ est la MCST du canal spatio-temporel $\mathcal{H}_u(b)$ qui lie la SB et l'utilisateur u et p_u est la puissance des symboles $s_u(b, n)$.

Par le même raisonnement, on obtient l'expression de l'interférence subie par l'utilisateur u due à l'émission vers les autres utilisateurs comme

$$I_u(b) = \mathbb{E} \left\{ |y_{u,i}(b, n)|^2 \right\} = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U p_i \boldsymbol{\omega}_i^H \mathbf{R}_u(b) \boldsymbol{\omega}_i, \quad (4.3)$$

où on a utilisé le fait que les signaux $s_i(b, n)$ sont indépendants.

On peut donc écrire le RSIB au niveau du mobile u au bloc b comme

$$\gamma_u(b) = \frac{P_u(b)}{I_u(b) + \sigma_\nu^2} = \frac{p_u \boldsymbol{\omega}_u^H \mathbf{R}_u(b) \boldsymbol{\omega}_u}{\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U p_i \boldsymbol{\omega}_i^H \mathbf{R}_u(b) \boldsymbol{\omega}_i + \sigma_\nu^2}. \quad (4.4)$$

On suppose aussi que, globalement, l'interférence est gaussienne. En utilisant la même approximation pour le TEB que dans la section 3.6.1, voir équation (3.61), on peut écrire le TEB de l'utilisateur u au bloc b comme

$$\text{TEB}_u(b) \approx \frac{\bar{N}_{e_u}}{N_u} Q \left(\sqrt{\frac{d_{\min_u}^2}{2} \gamma_u(b)} \right), \quad (4.5)$$

où N_u , d_{\min_u} et \bar{N}_{e_u} correspondent, respectivement, au nombre de bits par symbole, à la distance minimale entre 2 points pour une constellation de puissance unité et au nombre moyen de voisins à distance minimale de la modulation utilisée par l'utilisateur u .

4.3 Critère multi-utilisateurs avec contraintes de TEB

Dans un contexte multi-utilisateurs, le but recherché est d'atteindre la qualité de lien demandée par chaque utilisateur, en termes de TEB, tout en minimisant la

puissance d'émission requise à la SB. La minimisation de la puissance d'émission minimise l'interférence entre cellules mais aussi permet à la SB de servir un plus grand nombre d'utilisateurs, augmentant ainsi la capacité globale du système.

À partir de l'expression du TEB donnée par (4.5), le critère proposé s'écrit

$$\begin{aligned} \min \quad & P_{\text{TX}} = \sum_{u=1}^U p_u \boldsymbol{\omega}_u^H \boldsymbol{\omega}_u \\ \text{s.c.} \quad & \text{TEB}_u \triangleq \frac{\bar{N}_{e_u}}{N_u} \mathbb{E} \left\{ Q \left(\sqrt{\frac{d_{\text{min}_u}^2}{2} \gamma_u(b)} \right) \right\} = \tilde{c}_u \quad \forall u \quad , \\ & \|\boldsymbol{\omega}_u\| = 1 \quad \forall u \end{aligned} \quad (4.6)$$

où P_{TX} est la puissance d'émission à la SB, \tilde{c}_u est le TEB cible pour l'utilisateur u .

Pour simplifier l'écriture, on pose $c_u = \frac{N_u}{\bar{N}_{e_u}} \tilde{c}_u$ et $N_{s_u} = \frac{d_{\text{min}_u}^2}{2}$. On peut ainsi réécrire le critère proposé comme

$$\begin{aligned} \min \quad & P_{\text{TX}} = \sum_{u=1}^U p_u \boldsymbol{\omega}_u^H \boldsymbol{\omega}_u \\ \text{s.c.} \quad & \mathbb{E} \left\{ Q \left(\sqrt{N_{s_u} \gamma_u(b)} \right) \right\} = c_u \quad \forall u \quad , \\ & \|\boldsymbol{\omega}_u\| = 1 \quad \forall u \end{aligned} \quad (4.7)$$

où N_{s_u} est un paramètre qui caractérise la modulation utilisée par l'utilisateur u et c_u est la cible en tenant compte de la modulation de l'utilisateur u .

4.3.1 Solution optimale

On observe que les contraintes du critère (4.7) couplent les précodeurs $\boldsymbol{\omega}_u$ et les puissances d'émission p_u des différents utilisateurs, puisqu'ils apparaissent tous dans l'expression de chaque RSIB $\gamma_u(b)$. Alors, pour trouver la solution du critère (4.7), on propose l'utilisation d'une méthode itérative.

Pour cela, exprimons la fonction coût en utilisant les multiplicateurs de Lagrange pour incorporer les contraintes d'égalité. Ainsi, la fonction coût de Lagrange s'écrit

$$J_{\text{cBER}} = \sum_{u=1}^U p_u \boldsymbol{\omega}_u^H \boldsymbol{\omega}_u + \sum_{u=1}^U \lambda_u \left(\mathbb{E} \left\{ Q \left(\sqrt{N_{s_u} \gamma_u(b)} \right) \right\} - c_u \right) , \quad (4.8)$$

où λ_u est le multiplicateur de Lagrange associé à la contrainte de TEB de l'utilisateur u .

Avant de s'attaquer à l'optimisation du critère, calculons la dérivée de $Q \left(\sqrt{N_{s_u} \gamma_u(b)} \right)$ par rapport à un $\boldsymbol{\omega}_n$. On peut écrire, en rappelant les équations (3.66)

et (3.67), que

$$\begin{aligned} \frac{dQ(\sqrt{N_{s_u} \gamma_u(b)})}{d\omega_n} &= \frac{dQ(\sqrt{N_{s_u} \gamma_u(b)})}{d\gamma_u(b)} \frac{d\gamma_u(b)}{d\omega_n} \\ &= - \underbrace{\frac{N_{s_u}}{2\sqrt{2\pi N_{s_u} \gamma_u(b)}} \exp\left(-\frac{N_{s_u} \gamma_u(b)}{2}\right)}_{f(\gamma_u(b))} \frac{d\gamma_u(b)}{d\omega_n}. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Pour simplifier l'écriture dans la suite, posons les variables auxiliaires suivantes

$$N_u(b) \triangleq \omega_u^H \mathcal{R}_u(b) \omega_u \quad (4.10)$$

$$D_u(b) \triangleq \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq u}}^U p_j \omega_j^H \mathcal{R}_u(b) \omega_j + \sigma^2 \quad (4.11)$$

$$x_u(b) \triangleq \frac{N_u(b)}{D_u(b)}. \quad (4.12)$$

Précodeurs optimaux D'abord, on remarque que l'expression de dérivée $\frac{d\gamma_u(b)}{d\omega_n}$ varie selon $n = u$ ou $n \neq u$. Intéressons-nous d'abord au cas $n = u$ [ω_n intervient au numérateur de l'équation (4.4)], auquel cas la dérivée vaut

$$\frac{d\gamma_u(b)}{d\omega_u} = \frac{2p_u \mathcal{R}_u(b) \omega_u}{D_u(b)}. \quad (4.13)$$

D'autre part, quand $n \neq u$, alors ω_n intervient au dénominateur de $\gamma_u(b)$. Il s'agit de ω_i et la dérivée est donnée par

$$\frac{d\gamma_u(b)}{d\omega_i} = p_u N_u(b) \left[-\frac{1}{D_u^2(b)} \right] 2p_i \mathcal{R}_u(b) \omega_i = -\gamma_u(b) \frac{2p_i \mathcal{R}_u(b) \omega_i}{D_u(b)}. \quad (4.14)$$

Finalement, on peut écrire

$$\begin{aligned} \frac{dQ(\sqrt{N_{s_u} \gamma_u(b)})}{d\omega_u} &= -2 \frac{f(\gamma_u(b))}{D_u(b)} p_u \mathcal{R}_u(b) \omega_u \\ \frac{dQ(\sqrt{N_{s_u} \gamma_u(b)})}{d\omega_i} &= 2 \frac{f(\gamma_u(b))}{D_u(b)} \gamma_u(b) p_i \mathcal{R}_u(b) \omega_i, \quad i \neq u. \end{aligned} \quad (4.15)$$

Pour trouver la solution optimale, dérivons d'abord la fonction coût J_{cBER} par

rapport à $\boldsymbol{\omega}_j$

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_{\text{cBER}}}{\partial \boldsymbol{\omega}_j} &= \sum_{u=1}^U \frac{\partial (p_u \boldsymbol{\omega}_u^H \boldsymbol{\omega}_u)}{\partial \boldsymbol{\omega}_j} + \sum_{u=1}^U \lambda_u \mathbb{E} \left\{ \frac{\partial Q \left(\sqrt{N_{s_u}} \gamma_u(b) \right)}{\partial \boldsymbol{\omega}_j} \right\} \\ &= \frac{\partial (p_j \boldsymbol{\omega}_j^H \boldsymbol{\omega}_j)}{\partial \boldsymbol{\omega}_j} + \lambda_j \mathbb{E} \left\{ \frac{\partial Q \left(\sqrt{N_{s_j}} \gamma_j(b) \right)}{\partial \boldsymbol{\omega}_j} \right\} + \\ &\quad \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^U \lambda_k \mathbb{E} \left\{ \frac{\partial Q \left(\sqrt{N_{s_k}} \gamma_k(b) \right)}{\partial \boldsymbol{\omega}_j} \right\}. \end{aligned} \quad (4.16)$$

En rappelant les dérivées données par l'équation (4.15), on peut développer l'équation (4.16) comme

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_{\text{cBER}}}{\partial \boldsymbol{\omega}_j} &= 2p_j \boldsymbol{\omega}_j - 2p_j \lambda_j \mathbb{E} \left\{ \frac{f(\gamma_j(b))}{D_j(b)} \mathbf{R}_j(b) \right\} \boldsymbol{\omega}_j \\ &\quad + 2p_j \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^U \lambda_k \mathbb{E} \left\{ \frac{f(\gamma_k(b))}{D_k(b)} \gamma_k(b) \mathbf{R}_k(b) \right\} \boldsymbol{\omega}_j. \end{aligned} \quad (4.17)$$

Ainsi, en posant $\frac{\partial J_{\text{cBER}}}{\partial \boldsymbol{\omega}_j} = 0$, les puissances p_j se simplifient et on obtient l'expression suivante pour les précodeurs optimaux

$$\left(\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^U \lambda_k \tilde{\mathbf{R}}_k + \mathbf{I} \right) \boldsymbol{\omega}_j - \lambda_j \mathbf{R}_j \boldsymbol{\omega}_j = 0, \quad (4.18)$$

où

$$\mathbf{R}_j = \mathbb{E} \left\{ \frac{f(\gamma_j(b))}{D_j(b)} \mathbf{R}_j(b) \right\} \quad (4.19)$$

et

$$\tilde{\mathbf{R}}_k = \mathbb{E} \left\{ \frac{f(\gamma_k(b))}{D_k(b)} \gamma_k(b) \mathbf{R}_k(b) \right\}. \quad (4.20)$$

En réarrangeant l'équation (4.18) et en posant $\mathbf{R}_j^{\text{INT}} = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^U \lambda_k \tilde{\mathbf{R}}_k + \mathbf{I}$, on obtient

$$\mathbf{R}_j \boldsymbol{\omega}_j - \frac{1}{\lambda_j} \mathbf{R}_j^{\text{INT}} \boldsymbol{\omega}_j = 0. \quad (4.21)$$

On remarque que l'équation (4.21) correspond à une décomposition en éléments propres généralisée de $(\mathbf{R}_j, \mathbf{R}_j^{\text{INT}})$, de façon analogue au critère avec contraintes sur le RSIB (DBPC) présenté dans la section 2.7.2, équation (2.23). La différence est que dans le cas présent, les matrices \mathbf{R}_j et $\tilde{\mathbf{R}}_k$ sont obtenues à partir d'une moyenne pondérée des MCST $\mathcal{R}_u(b)$, tandis que dans le cas de la solution DBPC on utilise les matrices moyennes sans pondération [voir l'équation (2.17)].

Dû à la similarité entre la décomposition en éléments propres (4.21), qui provient du critère avec contraintes de TEB, et celle donnée par (2.23), obtenu selon le critère avec contraintes de RSIB, il est évident qu'il faut prendre le vecteur propre ω_j correspondant à la plus grande valeur propre dans l'équation (4.21), comme il a déjà été prouvé pour la solution DBPC dans la section 2.7.3. Par conséquent, à partir de (4.21), on conclut que ce vecteur propre maximal émettra dans le sous-espace généré par la matrice \mathbf{R}_j et dans le sous-espace nul de $\mathbf{R}_j^{\text{INT}}$. Si l'on considère que le canal possède des trajets bien définis, on peut dire que ce vecteur propre maximal émet en utilisant les trajets représentés dans la matrice \mathbf{R}_j tout en évitant ceux représentés dans la matrice $\mathbf{R}_j^{\text{INT}}$.

Quant aux pondérations, on observe que, de façon analogue au cas mono-utilisateur, la matrice de covariance \mathbf{R}_j correspond à la moyenne pondérée des matrices $\mathcal{R}_j(b)$, dont la pondération vaut $\frac{f(\gamma_j(b))}{D_j(b)}$. Cette pondération est l'équivalent multi-utilisateurs de la pondération $\frac{f(\gamma_b)}{\sigma_b^2}$ pour le cas mono-utilisateur, comme montre l'équation (3.70). La signification physique de la pondération $\frac{f(\gamma_j(b))}{D_j(b)}$ est que, d'une part, les blocs dont les TEB, approximés par la fonction $f(\gamma_j(b))$, sont élevés seront plus représentés dans la matrice \mathbf{R}_j . D'autre part, les blocs pour lesquels l'interférence est importante, c'est-à-dire que $D_j(b)$ est grand, seront moins représentés dans la matrice \mathbf{R}_j .

Ainsi, en bref, la matrice \mathbf{R}_j sera composée des blocs dont le TEB est mauvais et, en plus, que ce mauvais TEB ne vient pas de l'interférence, mais de la mauvaise utilisation du canal de l'utilisateur j . En conséquence, le précodeur optimal tendra à s'attaquer plus fortement à ces blocs pour diminuer le TEB de l'utilisateur j , utilisant mieux son canal.

La matrice de covariance d'interférence $\tilde{\mathbf{R}}_k$ est aussi résultat d'une moyenne pondérée des matrices $\mathcal{R}_k(b)$ des utilisateurs $k \neq j$. Par contre, la pondération possède un terme additionnel $\gamma_k(b)$, qui est le RSIB de l'interfèreux k au bloc b . Alors, comme pour la matrice \mathbf{R}_j , la partie $\frac{f(\gamma_k(b))}{D_k(b)}$ de la pondération signifie que la matrice $\tilde{\mathbf{R}}_k$ sera composée des blocs dont le TEB est mauvais dû à la faible puissance utile reçue. Par contre, le terme $\gamma_k(b)$ tend à compenser l'autre partie de la pondération dans le sens où la matrice $\tilde{\mathbf{R}}_k$ tiendra compte d'un plus grand nombre de blocs, de façon à représenter mieux le comportement global du canal de l'interfèreux k . Cela est dû au fait que quand $f(\gamma_k(b))$ est important $\gamma_k(b)$ est petit et vice-versa. Ainsi, le produit $f(\gamma_k(b))\gamma_k(b)$ tend à être plus ou moins constant.

Multiplicateurs de Lagrange On a donc montré que les précodeurs optimaux sont des vecteurs propres maximaux des décompositions en éléments propres généralisées données par l'équation (4.21). Cependant, pour obtenir $\boldsymbol{\omega}_j$ il faut connaître les multiplicateurs de Lagrange λ_k , avec $k \neq j$, de façon à pouvoir calculer la matrice $\mathbf{R}_j^{\text{INT}}$. On remarque que les matrices \mathbf{R}_j et \mathbf{R}_k dépendent aussi des précodeurs, mais on les considère connues pour l'instant. Leurs valeurs seront calculées dans la suite, donnant la voie à une procédure itérative. Intéressons-nous, d'abord, à l'obtention des multiplicateurs de Lagrange optimaux. Pour cela, on dérive J_{cBER} par rapport aux puissances p_j pour obtenir

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_{\text{cBER}}}{\partial p_j} &= \sum_{u=1}^U \frac{\partial (p_u \boldsymbol{\omega}_u^H \boldsymbol{\omega}_u)}{\partial p_j} + \sum_{u=1}^U \lambda_u \mathbf{E} \left\{ \frac{\partial Q \left(\sqrt{N_{s_u}} \gamma_u(b) \right)}{\partial p_j} \right\} \\ &= \frac{\partial (p_j \boldsymbol{\omega}_j^H \boldsymbol{\omega}_j)}{\partial p_j} + \lambda_j \mathbf{E} \left\{ \frac{\partial Q \left(\sqrt{N_{s_j}} \gamma_j(b) \right)}{\partial p_j} \right\} + \\ &\quad \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^U \lambda_k \mathbf{E} \left\{ \frac{\partial Q \left(\sqrt{N_{s_k}} \gamma_k(b) \right)}{\partial p_j} \right\}. \end{aligned} \quad (4.22)$$

De façon analogue aux dérivées de $Q \left(\sqrt{N_{s_u}} \gamma_u(b) \right)$ par rapport à $\boldsymbol{\omega}_u$ et $\boldsymbol{\omega}_i$, données par l'équation (4.15), on peut écrire les dérivées de $Q \left(\sqrt{N_{s_u}} \gamma_u(b) \right)$ par rapport à p_u et p_i comme

$$\frac{dQ(\sqrt{N_{s_u}} \gamma_u(b))}{dp_u} = \frac{dQ(\sqrt{N_{s_u}} \gamma_u(b))}{d\gamma_u(b)} \frac{d\gamma_u(b)}{dp_u} = -f(\gamma_u(b)) x_u(b) \quad (4.23)$$

$$\begin{aligned} \frac{dQ(\sqrt{N_{s_u}} \gamma_u(b))}{dp_i} &= \frac{dQ(\sqrt{N_{s_u}} \gamma_u(b))}{d\gamma_u(b)} \frac{d\gamma_u(b)}{dp_i} \\ &= \frac{f(\gamma_u(b))}{D_u(b)} \gamma_u(b) \boldsymbol{\omega}_i \mathbf{R}_u(b) \boldsymbol{\omega}_i, \quad i \neq u. \end{aligned} \quad (4.24)$$

On peut alors réécrire (4.22) comme

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_{\text{cBER}}}{\partial p_j} &= \boldsymbol{\omega}_j^H \boldsymbol{\omega}_j - \lambda_j \mathbf{E} \left\{ f(\gamma_j(b)) x_j(b) \right\} \\ &\quad + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^U \lambda_k \mathbf{E} \left\{ \frac{f(\gamma_k(b))}{D_k(b)} \gamma_k(b) \boldsymbol{\omega}_j^H \mathbf{R}_k(b) \boldsymbol{\omega}_j \right\}. \end{aligned} \quad (4.25)$$

Finalement, en posant $\frac{\partial J_{\text{cBER}}}{\partial p_j} = 0$, on obtient le système linéaire suivant

$$\mathbf{A}\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{b}, \quad (4.26)$$

où $\boldsymbol{\lambda} = [\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \cdots \quad \lambda_U]^T$ et

$$\mathbf{b}[j] = \boldsymbol{\omega}_j^H \boldsymbol{\omega}_j = 1 \quad (4.27)$$

$$\mathbf{A}[j, k] = \begin{cases} \mathbb{E} \left\{ f(\gamma_j(b)) x_j(b) \right\} & j = k \\ \mathbb{E} \left\{ -\frac{f(\gamma_k(b))}{D_k(b)} \gamma_k(b) \boldsymbol{\omega}_j^H \mathbf{R}_k(b) \boldsymbol{\omega}_j \right\} & j \neq k \end{cases}, \quad (4.28)$$

où $\mathbf{b}[j]$ correspond au j -ème élément du vecteur \mathbf{b} et $\mathbf{A}[j, k]$ correspond à l'élément de la ligne j et colonne k de la matrice \mathbf{A} .

Encore une fois, on remarque que, pour calculer $\boldsymbol{\lambda}$, il faut connaître tous les précodeurs $\boldsymbol{\omega}_j$'s et vice-versa, ce qui demande une procédure itérative. Avant de décrire cette procédure, il faut encore déterminer les puissances d'émission p_j . Pour cela, on devrait dériver la fonction coût J_{CBER} par rapport à λ_j et annuler ces dérivées. Ce faisant, on respecterait exactement les contraintes de TEB exprimées dans (4.7). Ainsi, pour un jeu de λ_j donné, on pourrait calculer les précodeurs optimaux $\boldsymbol{\omega}_j$ et les puissances d'émission p_j seraient obtenues de façon à respecter les contraintes.

Obtention des puissances d'émission Obtenir les puissances d'émission à partir des contraintes n'est pas une tâche facile. D'abord parce que les équations seraient couplées par les puissances, vu qu'une puissance d'émission donnée intervient dans l'expression du TEB de tous les utilisateurs. Ensuite, le TEB est donné par l'espérance d'une fonction non-linéaire du RSIB (la fonction Q) et, comme mentionné, l'expression du RSIB contient toutes les puissances d'émission. Ainsi, on propose deux approximations pour surmonter ces difficultés : ne considérer que l'influence de la puissance d'émission qui intervient au numérateur dans l'expression (4.4) et linéariser la fonction Q pour trouver la valeur approximée de cette puissance pour respecter la contrainte.

On pose $g_j(p_j)$ comme la contrainte de TEB concernant l'utilisateur j

$$g_j(p_j) = \mathbb{E} \left\{ Q \left(\sqrt{N_{s_j} \gamma_j(b)} \right) \right\} - c_j, \quad (4.29)$$

où l'on ne considère que l'influence de la variation de la puissance d'émission relative à l'utilisateur j pour calculer son TEB. Par ailleurs, on note que $g_j(p_j) = 0$ lorsque la contrainte est respectée.

La deuxième approximation concerne la linéarisation de la fonction Q . Pour cela, on considère que la puissance d'émission possède une valeur initiale p_j^- . Ensuite, on linéarise la fonction Q dans ce point, ce qui vient à supposer que $g_j(p_j)$ est une droite passant par le point $(p_j^-, g_j(p_j^-))$ et dont la pente vaut $\left. \frac{\partial g_j(p_j)}{\partial p_j} \right|_{p_j=p_j^-}$, comme illustré

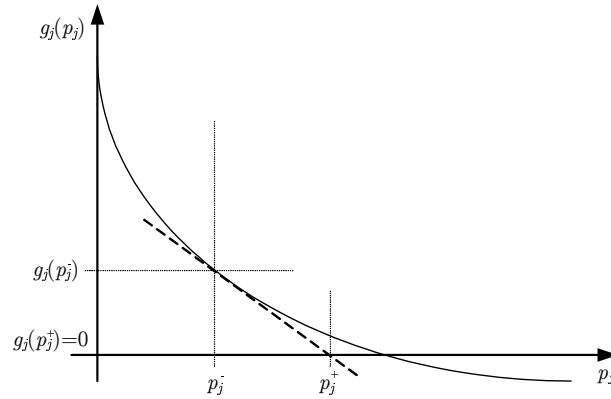


Fig. 4.2: Linéarisation de la fonction $g_j(p_j)$ autour du point p_j^- .

par la figure 4.2. En conséquence, il est facile d'obtenir la valeur p_j^+ pour laquelle la linéarisation de $g_j(p_j)$ vaut 0, ce qui correspond à une approximation de la vraie valeur de p_j pour respecter la contrainte. Cette méthode pour trouver la racine approximée d'une fonction à partir de sa linéarisation est connue comme méthode de Newton [24].

La dérivée de $g_j(p_j)$ par rapport à p_j vaut

$$\frac{\partial g_j}{\partial p_j} = -E \left\{ f(\gamma_j(b)) x_j(b) \right\}. \quad (4.30)$$

Ainsi, à partir de p_j^- et de la dérivée calculée à ce point $\left. \frac{\partial g_j(p_j)}{\partial p_j} \right|_{p_j=p_j^-}$, on peut écrire la relation suivante (voir la figure 4.2)

$$\left. \frac{\partial g_j}{\partial p_j} \right|_{p_j=p_j^-} = \frac{\partial g_j}{\partial p_j} = \frac{g_j(p_j^+) - g_j(p_j^-)}{p_j^+ - p_j^-}, \quad (4.31)$$

où la première égalité vient du fait que l'on a linéarisé la fonction $g_j(p_j)$.

Ensuite, on veut obtenir la puissance p_j^+ pour respecter la contrainte linéarisée, c'est-à-dire que $g_j(p_j^+) = 0$. De cette façon, on en arrive à

$$p_j^+ = p_j^- - \frac{g_j(p_j^-)}{\left. \frac{\partial g_j}{\partial p_j} \right|_{p_j=p_j^-}}. \quad (4.32)$$

Dans cette section on a décrit trois étapes, à savoir l'obtention des précodeurs optimaux, l'obtention des multiplicateurs de Lagrange et l'obtention des puissances d'émission pour respecter les contraintes. On insiste sur le fait que pour mettre en œuvre chaque étape, il faut connaître les quantités résultantes des autres deux étapes. Par conséquent, la section suivante présente un algorithme itératif couplant ces trois étapes pour trouver la solution optimale. Cet algorithme est appelé *Multi-User constrained BER* (MU-cBER).

4.4 Algorithme MU-cBER

On propose ici un algorithme itératif pour trouver la solution optimale du critère exprimé par l'équation (4.7). On détaillera davantage les trois étapes décrites auparavant, montrant comment ces trois étapes s'intègrent pour former l'algorithme MU-cBER (*Multi-User constrained BER*).

D'abord, mettons-nous à l'itération k et posons $\boldsymbol{\omega}_j(k)$ et $p_j(k)$ comme les précodeurs et les puissances d'émission au début de l'itération k . On reviendra sur l'initialisation de ces quantités plus tard. À partir de $\boldsymbol{\omega}_j(k)$ et $p_j(k)$, on est capable de calculer les multiplicateurs de Lagrange $\lambda_j(k)$ par la résolution du système linéaire (4.26), dont les matrices $\mathbf{A}(k)$ et $\mathbf{b}(k)$ dépendent seulement des $\boldsymbol{\omega}_j(k)$ et $p_j(k)$. Cela correspond à la première étape de l'algorithme.

Ensuite, une fois que l'on a un jeu de $\lambda_j(k)$ obtenu à l'étape précédente, on peut mettre à jour les précodeurs en utilisant l'équation (4.21). Cette équation montre que le précodeur $\boldsymbol{\omega}_j(k+1)$ est le vecteur propre maximal d'une décomposition en éléments propres généralisée des matrices $\mathbf{R}_j(k)$ et $\mathbf{R}_j^{\text{INT}}(k)$. Cependant, on remarque que ces matrices ont été calculées en utilisant les précodeurs $\boldsymbol{\omega}_j(k)$ obtenus à l'itération d'avant. Ainsi, à terme, les matrices $\mathbf{R}_j(k)$ et $\mathbf{R}_j^{\text{INT}}(k)$, obtenues avec le précodeur $\boldsymbol{\omega}_j(k)$ auront ce même vecteur $\boldsymbol{\omega}_j(k)$ comme vecteur propre maximal et l'algorithme aura convergé, c'est-à-dire que $\boldsymbol{\omega}_j(k+1)$ sera égal à $\boldsymbol{\omega}_j(k)$ ¹.

Par contre, pendant la convergence, on n'a pas intérêt à trop changer les précodeurs puisque cela pourrait entraîner la divergence de l'algorithme. Par conséquent, on propose de ne pas calculer le vecteur propre maximal de la décomposition (4.21), mais seulement d'adapter le précodeurs $\boldsymbol{\omega}_j$ dans le sens de ce vecteur propre. Cela se fait en effectuant une itération de la méthode de la puissance itérée [23], donnée par

$$\boldsymbol{\omega}_j(k+1) = \left(\mathbf{R}_j^{\text{INT}}(k) \right)^{-1} \mathbf{R}_j(k) \boldsymbol{\omega}_j(k) , \quad (4.33)$$

suivi par la normalisation de $\boldsymbol{\omega}_j(k+1)$

$$\boldsymbol{\omega}_j(k+1) = \frac{\boldsymbol{\omega}_j(k+1)}{\|\boldsymbol{\omega}_j(k+1)\|} . \quad (4.34)$$

Il est important de souligner que les matrices $\mathbf{R}_j(k)$ et $\mathbf{R}_j^{\text{INT}}(k)$ sont obtenues avec le précodeur de l'itération d'avant $\boldsymbol{\omega}_j(k)$.

Pour les mêmes raisons que pour l'algorithme mBER-TD-DB dans le contexte mono-utilisateur, on introduit le coefficient d'adaptation μ de façon à ne pas adapter trop le précodeur et garantir la convergence de l'algorithme. On en arrive ainsi à l'équation d'adaptation suivante

$$\boldsymbol{\omega}_j(k+1) = (1 - \mu)\boldsymbol{\omega}_j(k) + \mu \frac{\left(\mathbf{R}_j^{\text{INT}}(k) \right)^{-1} \mathbf{R}_j(k) \boldsymbol{\omega}_j(k)}{\left\| \left(\mathbf{R}_j^{\text{INT}}(k) \right)^{-1} \mathbf{R}_j(k) \boldsymbol{\omega}_j(k) \right\|} . \quad (4.35)$$

¹On rappelle que les précodeurs $\boldsymbol{\omega}_j$ sont normalisés, i.e., $\|\boldsymbol{\omega}_j\| = 1$.

Tab. 4.1: Algorithme MU-cBER

1. Initialisation

$$\boldsymbol{\omega}_u(1) = \sqrt{\frac{1}{L}} \left[1 \underbrace{0 \dots 0}_{M \text{ zéros}} 1 \underbrace{0 \dots 0}_{M \text{ zéros}} 1 \dots \right]^T \text{ et } p_u(1) = \varepsilon \ll 1 \quad \forall u$$

$$k = 1$$

2. Pour $i = 1, 2, \dots, N_\omega$

- (a) Calcul de $N_u(b)$, $D_u(b)$, $\gamma_u(b)$ et $f(\gamma_u(b))$ selon les équations (4.10), (4.11), (4.4) et (4.9), en utilisant $\boldsymbol{\omega}_u(k)$ et $p_u(k)$
- (b) Calcul de la matrice $\mathbf{A}(k)$ selon l'équation (4.27), en utilisant les quantités calculées à l'étape précédente
- (c) Calcul de $\boldsymbol{\lambda}(k)$, solution du système linéaire $\mathbf{A}(k)\boldsymbol{\lambda}(k) = \mathbf{1}_U$
- (d) Calcul des matrices $\mathbf{R}_u(k)$ et $\mathbf{R}_u^{\text{INT}}(k)$, en utilisant $\boldsymbol{\lambda}(k)$ et $\boldsymbol{\omega}_u(k)$
- (e) Calcul de $\Delta_{\boldsymbol{\omega}_u}(k)$ selon l'équation (4.37)
- (f) Mise à jour de $\boldsymbol{\omega}_u(k)$

$$\boldsymbol{\omega}_u(k) = \boldsymbol{\omega}_u(k) + \mu \Delta_{\boldsymbol{\omega}_u}(k) \quad \forall u$$

- (g) Normalisation de $\boldsymbol{\omega}_u(k)$

$$\boldsymbol{\omega}_u(k) = \frac{\boldsymbol{\omega}_u(k)}{\|\boldsymbol{\omega}_u(k)\|} \quad \forall u$$

3. Mise à jour de $N_u(b)$, $D_u(b)$, $\gamma_u(b)$ et $f(\gamma_u(b))$, en utilisant $\boldsymbol{\omega}_u(k+1) = \boldsymbol{\omega}_u(k)$ 4. Calcul de $g_u(p_u(k))$ selon l'équation (4.29) et $\left. \mathbb{E} \left\{ f(\gamma_u(b)) x_u(b) \right\} \right|_{p_u=p_u(k)}$ 5. Mise à jour des puissances d'émission $p_u(k)$

$$p_u(k+1) = p_u(k) + \alpha \frac{g_u(p_u(k))}{\left. \mathbb{E} \left\{ f(\gamma_u(b)) x_u(b) \right\} \right|_{p_u=p_u(k)}} \quad \forall u$$

6. Condition d'arrêt sur les contraintes $g_u(p_u(k))$

- (a) Si $\max_u \left| \frac{g_u(p_u(k))}{c_u} \right| > \epsilon_{\text{MU-cBER}}$, alors $k = k + 1$ et retour à l'étape 2
- (b) Sinon, arrêt.

De façon analogue au cas mono-utilisateur, on peut réécrire l'équation d'adaptation (4.35) comme

$$\boldsymbol{\omega}_j(k+1) = \boldsymbol{\omega}_j(k) + \mu \Delta_{\boldsymbol{\omega}_j}(k) , \quad (4.36)$$

avec

$$\Delta_{\boldsymbol{\omega}_j}(k) = \frac{\left(\mathbf{R}_j^{\text{INT}}(k)\right)^{-1} \mathbf{R}_j(k) \boldsymbol{\omega}_j(k)}{\left\| \left(\mathbf{R}_j^{\text{INT}}(k)\right)^{-1} \mathbf{R}_j(k) \boldsymbol{\omega}_j(k) \right\|} - \boldsymbol{\omega}_j(k) . \quad (4.37)$$

On observe que ces deux premières étapes de l'algorithme sont couplées par les quantités $\lambda_j(k)$ et $\boldsymbol{\omega}_j(k)$. De plus, il faut prendre des valeurs faibles pour μ de façon à garantir la convergence de l'algorithme. On propose donc de prendre $\mu = 0,1$ et d'itérer plusieurs fois entre les deux premières étapes de l'algorithme pour faire converger à la fois $\lambda_j(k)$ et $\boldsymbol{\omega}_j(k)$. Ainsi, à puissances d'émission $p_j(k)$ fixées, la mise à jour des précodeurs $\boldsymbol{\omega}_j(k)$ change un peu les RSIB $\gamma_j(k)$ qui, à leur tour, changent un peu les $\lambda_j(k)$. Ce petit changement des $\lambda_j(k)$ conduit aussi à un petit changement des matrices $\mathbf{R}_j(k)$ et $\mathbf{R}_j^{\text{INT}}(k)$ et, par conséquent, à de nouveaux $\boldsymbol{\omega}_j(k)$ qui sont proches de ceux du départ.

Les deux premières étapes de l'algorithme peuvent être vues comme un algorithme qu'à partir d'un jeu de puissances d'émission $p_j(k)$ est capable de trouver les précodeurs $\boldsymbol{\omega}_j(k+1)$ et les multiplicateurs de Lagrange $\lambda_j(k+1)$ « optimaux » dans le sens d'annuler la dérivée du critère par rapport à $\boldsymbol{\omega}_j$ et à p_j . La seule dérivée qui pourrait être non-nulle serait celle par rapport à λ_j . Les contraintes ne seraient donc pas respectées. Alors, on aurait trouvé une solution, donnée par $\boldsymbol{\omega}_j(k+1)$ et $p_j(k)$, qui serait optimale pour des cibles particulières, mais pas celles recherchées.

La troisième étape de l'algorithme correspond donc à la mise à jour des puissances d'émission pour respecter les contraintes. Comme il a déjà été mentionné, on propose deux approximations pour effectuer cette mise à jour, à savoir ne considérer que l'influence de la puissance d'émission qui intervient au numérateur dans l'expression (4.4) et linéariser la fonction Q pour trouver la valeur approximée de la puissance pour respecter la contrainte. Ainsi, on en arrive à l'équation suivante pour la mise à jour des puissances d'émission

$$p_j(k+1) = p_j(k) + \alpha \frac{g_j(p_j(k))}{\mathbb{E} \left\{ f(\gamma_j(b)) x_j(b) \right\} \Big|_{p_j=p_j(k)}} , \quad (4.38)$$

où α est le pas d'adaptation et on utilise les nouveaux précodeurs $\boldsymbol{\omega}_k(k+1)$ pour calculer la contrainte $g_j(p_j(k))$ et la dérivée $\frac{\partial g_j}{\partial p_j} = -\mathbb{E} \left\{ f(\gamma_j(b)) x_j(b) \right\}$. Le pas d'adaptation α a été introduit pour éviter la divergence de l'algorithme, vu que la méthode de Newton peut ne pas converger selon l'initialisation choisie [24].

La mise à jour des puissances d'émission constitue la troisième et dernière étape de l'algorithme MU-cBER. Après cette étape, on a mis à jour les précodeurs et les

puissances d'émission et l'on peut recommencer une nouvelle itération avec ces nouvelles valeurs jusqu'à la convergence. Le tableau 4.1 montre l'algorithme MU-cBER proposé. Le choix du coefficient d'adaptation μ et du pas d'adaptation α sera discuté dans la section suivante à l'aide d'un exemple.

Finalement, la condition d'arrêt utilisée est que toutes les contraintes doivent être respectées à une tolérance près. En rappelant que $g_u(p_u(k))$ est l'erreur par rapport à la cible pour l'utilisateur u , on peut écrire la valeur absolue de l'erreur relative comme $\left| \frac{g_u(p_u(k))}{c_u} \right|$. Ainsi, on s'arrêtera quand toutes ces valeurs seront inférieures à une tolérance donnée $\epsilon_{\text{MU-cBER}}$. Ou, autrement dit, tant que la valeur maximale sera supérieure à la tolérance, on continuera l'exécution de l'algorithme, comme montré par l'étape 6 de l'algorithme.

Pour finir, on revient sur l'initialisation de l'algorithme, étape 1 dans le tableau 3.4. L'initialisation du précodeur de chaque utilisateur est une initialisation à *maximum de diversité*, comme pour l'algorithme mBER-TD-DB (cf. tableau 3.4) en supposant que l'utilisateur est tout seul dans la cellule. Cette initialisation correspond à l'utilisation d'un *précodeur diagonal* qui lie simplement chaque capteur virtuel à un capteur réel (cf. figure 4.1). Cela correspond, pour chaque utilisateur, à l'application de sa technique de diversité de transmission directement aux capteurs réels. De plus, on voudrait initialiser la puissance de chaque utilisateur à zéro et laisser à l'algorithme la tâche de les augmenter pour respecter les cibles. Cependant, les puissances d'émission interviennent au dénominateur de la fonction $f(\cdot)$, comme montré par l'équation (4.14). En conséquence, on propose d'initialiser les puissances à une valeur ε proche de zéro.

Ensuite, pendant l'exécution de l'algorithme, les précodeurs ω_u seront adaptés pour réduire l'interférence multi-utilisateurs et pour créer de la diversité, tandis que les puissances seront adaptées pour que les TEB cibles soient respectés.

4.5 Résultats des simulations

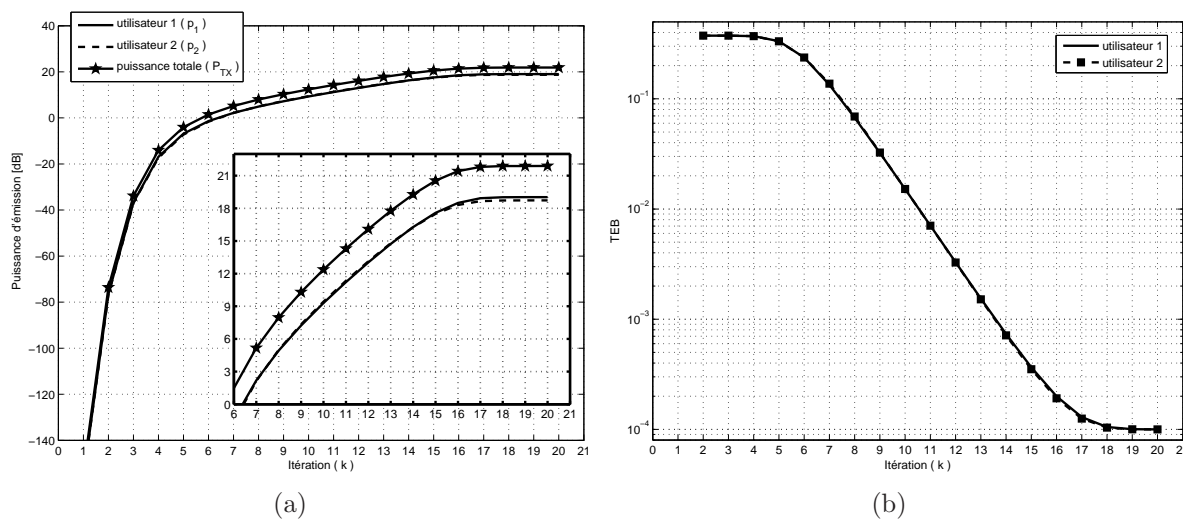
On considère l'utilisation d'une antenne multi-capteurs linéaire avec $K = 4$ capteurs pour servir $U = 2$ utilisateurs mobiles. Les capteurs sont espacés de $\lambda_c/2$, où λ_c est la longueur d'onde de la porteuse. Le précodeur est à $L = 2$ couches.

On commence par un scénario simple, où le canal de chaque utilisateur est formé par 2 trajets de Rayleigh de même transmittance et même temps de propagation. Les directions des trajets sont montrées dans le tableau 4.2.

Pour ce scénario, on a simulé $N_t = 30\,000$ blocs d'apprentissage, utilisés pour obtenir la solution optimale à partir de l'algorithme MU-cBER avec une cible de 10^{-4} pour les deux utilisateurs. On a utilisé 10^{-3} comme tolérance $\epsilon_{\text{MU-cBER}}$ pour le critère d'arrêt. Les autres paramètres de l'algorithme sont $\mu = 0,1$, $N_\omega = 10$ et $\alpha = 1$.

Tab. 4.2: Caractéristiques du scénario à 2 trajets et 2 utilisateurs

	utilisateur 1		utilisateur 2	
	trajet 1	trajet 2	trajet 1	trajet 2
Direction	-35°	-5°	$+25^\circ$	$+55^\circ$
Transmittance	-3 dB	-3 dB	-3 dB	-3 dB

**Fig. 4.3:** Évolution de la puissance d'émission (a) et du TEB (b) pendant la convergence de l'algorithme MU-cBER pour $K = 4$, $L = 2$ et un TEB cible de 10^{-4} .

La figure 4.3(a) montre l'évolution de la puissance d'émission de chaque utilisateur, ainsi que la puissance totale d'émission, pendant la convergence de l'algorithme MU-cBER. L'évolution du TEB de chaque utilisateur pendant la convergence est montrée dans la figure 4.3(b). On observe que la cible des deux utilisateurs (10^{-4}) est atteinte avec une puissance d'émission totale de 21,89 dB et que la convergence est assez rapide.

Les performances de cette solution sont à comparer avec celles de la solution DBPC, présentée dans la section 2.7.2. On rappelle que la solution DBPC utilise un filtre purement spatial pour chaque utilisateur et que le critère DBPC correspond à la minimisation de la puissance d'émission sous des contraintes sur le RSIB de chaque utilisateur et non pas sur le TEB, comme pour la solution MU-cBER. Ainsi, la solution DBPC peut être vue comme l'équivalent multi-utilisateurs de la formation de voie purement spatiale classique (mono-utilisateur).

Pour comparer la solution DBPC à la solution MU-cBER, il faut utiliser des cibles de RSIB compatibles avec les cibles de TEB utilisées pour la solution MU-cBER. Pour cela, on observe que la solution DBPC tend à annuler l'interférence multi-utilisateurs, résultant en un canal de Rayleigh pour chaque utilisateur. Selon [38], le TEB d'un canal de Rayleigh est donné par

$$\text{TEB}_{\text{Rayleigh}} = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{\text{RSIB}}{1 + \text{RSIB}}} \right). \quad (4.39)$$

On a donc utilisé 37 dB comme cible pour les deux utilisateurs, lors de l'utilisation de l'algorithme DBPC, ce qui correspond à une cible de 10^{-4} au niveau du TEB. La puissance d'émission totale résultante a été de 36,50 dB, c'est-à-dire 14,30 dB supérieure à celle de la solution MU-cBER. Cette différence est due au fait que la solution MU-cBER avec 2 couches est capable d'annuler l'interférence multi-utilisateurs, mais aussi de profiter de la diversité présente dans le canal.

2 utilisateurs La figure 4.4 montre le diagramme de radiation pour chaque utilisateur, correspondant à la solution DBPC. Les traits hachés montrent les directions des trajets de chaque utilisateur. On voit que la solution DBPC est capable d'annuler complètement l'interférence multi-utilisateurs, en émettant dans la direction d'un utilisateur tout en rien émettant vers l'autre. Cela garantit la coexistence des deux utilisateurs dans la même cellule, doublant la capacité du système.

La figure 4.5(a) montre les diagrammes de radiation correspondant à chaque couche du précodeur de l'utilisateur 1. On voit que les deux couches émettent dans la direction de l'utilisateur 1 tout en réduisant la pollution générée vers l'utilisateur 2, comme dans le cas du DBPC. Cependant, chaque couche émet différemment vers l'utilisateur 1, ce qui peut être vu par les différents diagrammes de radiation correspondant à la couche $l = 1$ et $l = 2$. Ces deux diagrammes différents conduisent à deux capteurs virtuels qui, d'une part, n'émettent que dans la direction de l'utilisateur 1 et, d'autre part, sont quasiment décorrélés. En fait, la corrélation normalisée de ces

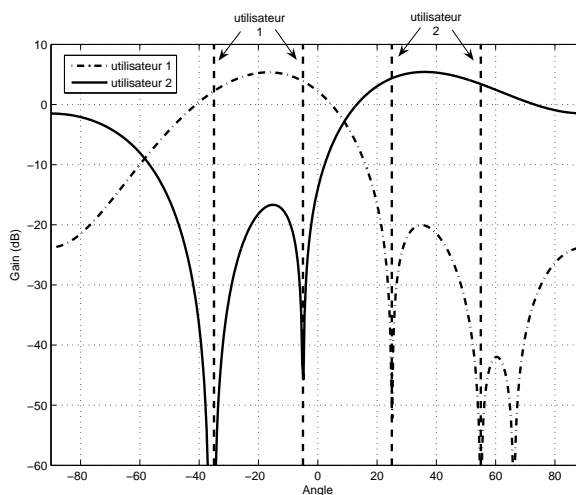


Fig. 4.4: Diagramme de radiation de la solution formation de voie purement spatiale DBPC pour $K = 4$.

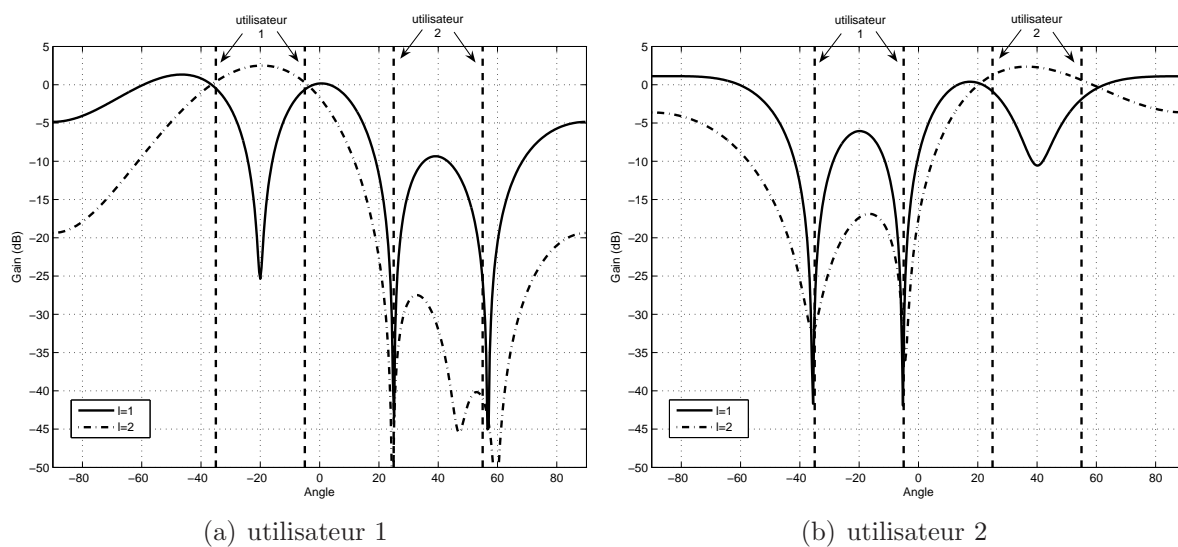


Fig. 4.5: Diagramme de radiation de la solution MU-cBER pour $K = 4$ et $L = 2$. Le diagramme de chaque couche est montré.

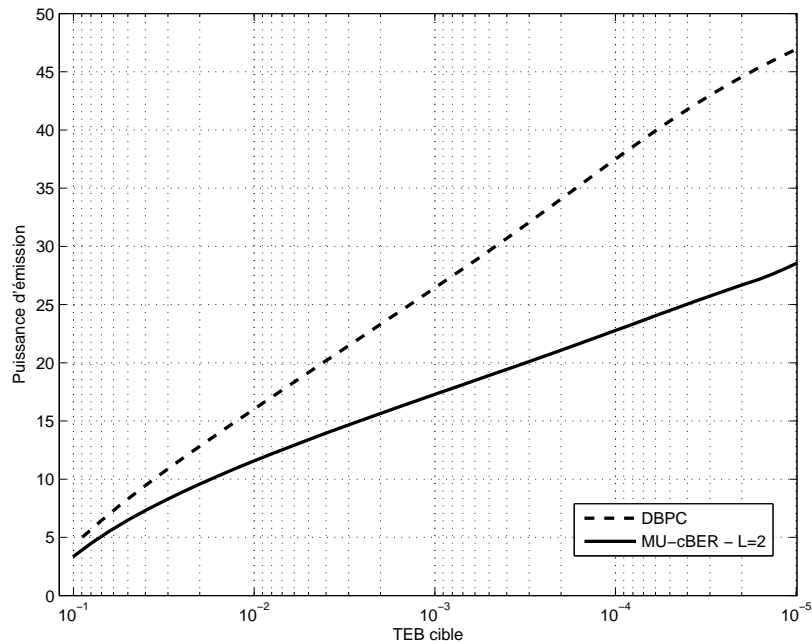


Fig. 4.6: Puissance d'émission totale pour l'algorithme DBPC et MU-cBER ($L = 2$) en fonction du TEB cible pour 2 utilisateurs et $K = 4$.

capteurs virtuels vaut 0,03. En conséquence, le canal virtuel entre la SB et l'utilisateur 1 possède un ordre de diversité de 2, qui est exploité par la technique de diversité de transmission utilisée pour réduire la puissance d'émission. Le même raisonnement est valable pour l'utilisateur 2, dont les capteurs virtuels ont une corrélation normalisée de 0,15. Cette plus grande corrélation par rapport à l'utilisateur 1 explique le fait que la puissance d'émission de l'utilisateur 2 soit légèrement supérieure à celle de l'utilisateur 1, comme montre la figure 4.3(a).

Cet exemple simple permet de comprendre l'interprétation physique de la solution MU-cBER. Cette solution est capable de servir plusieurs utilisateurs, mais en plus chaque transmission mono-utilisateur possède des capteurs virtuels dont les canaux présentent un ordre de diversité élevé.

Finalement, la figure 4.6 montre l'évolution de la puissance totale d'émission en fonction du TEB cible pour les deux techniques. On note un gain significatif de puissance entre la solution MU-cBER et DBPC, de 4,5 dB à 10^{-2} jusqu'à 18,5 dB à 10^{-5} . Ce gain montre l'avantage de l'exploitation de la diversité de transmission par la technique MU-cBER.

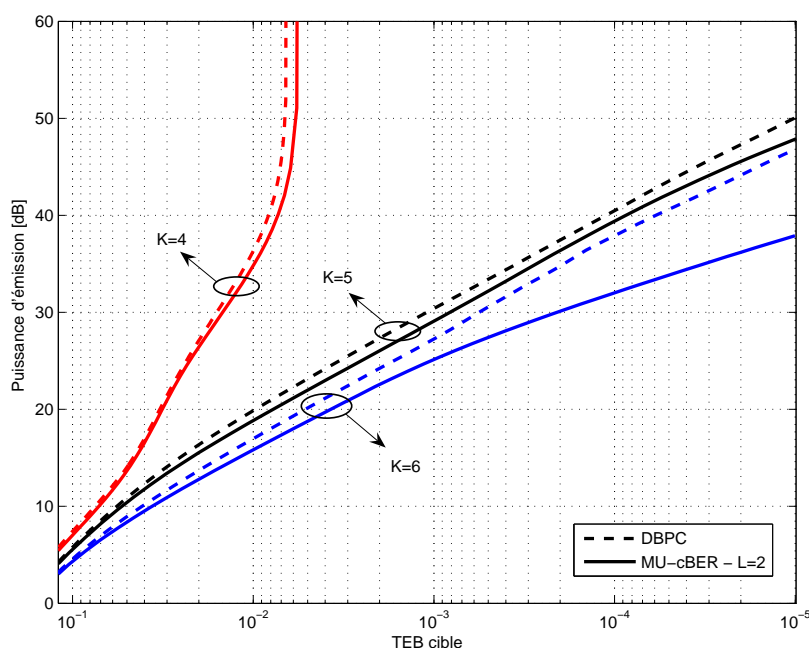
3 utilisateurs On garde le même scénario à 2 trajets, mais on passe maintenant à 3 utilisateurs. Le tableau 4.3 montre la direction des trajets de chaque utilisateur, ainsi que leurs transmittances. On a utilisé le même nombre de couches dans le précodeur ($L = 2$) et les mêmes paramètres pour l'algorithme MU-cBER. Par contre, on a fait varier le nombre de capteurs entre 4 et 6 de façon à analyser le comportement des

Tab. 4.3: Caractéristiques du scénario à 2 trajets et 3 utilisateurs

	Utilisateur 1		Utilisateur 2		Utilisateur 3	
	trajet 1	trajet 2	trajet 1	trajet 2	trajet 1	trajet 2
Direction	-95°	-65°	-15°	+15°	+35°	+65°
Transmittance	-3 dB	-3 dB	-3 dB	-3 dB	-3 dB	-3 dB

solutions MU-cBER et DBPC.

La figure 4.7 montre l'évolution de la puissance totale d'émission en fonction du TEB cible pour les deux techniques. On a considéré la même cible pour tous les utilisateurs. Pour $K=4$ capteurs, on observe que les deux solutions sont très proches, différant seulement dans le TEB limite. Le TEB limite est défini comme le TEB minimal atteint pour une puissance d'émission infinie. Cette limitation est due à l'interférence inter-utilisateurs résiduelle, qui n'est pas complètement annulée à cause du faible nombre de capteurs par rapport au nombre de trajets interférants (4 dans ce scénario).

**Fig. 4.7:** Puissance d'émission totale pour l'algorithme DBPC et MU-cBER ($L=2$) pour 3 utilisateurs en fonction du TEB cible et du nombre de capteurs (K).

Lorsque l'on passe à $K=5$ capteurs, cette limitation disparaît et l'on retrouve le même comportement que pour le cas 2 utilisateurs et 4 capteurs. Avec 5 capteurs, l'antenne est capable d'annuler 4 directions, ce qui correspond aux 4 trajets interférants. On observe un faible gain en puissance de la technique MU-cBER par rapport au DBPC. Ce gain est dû à l'exploitation de la diversité créée par la technique

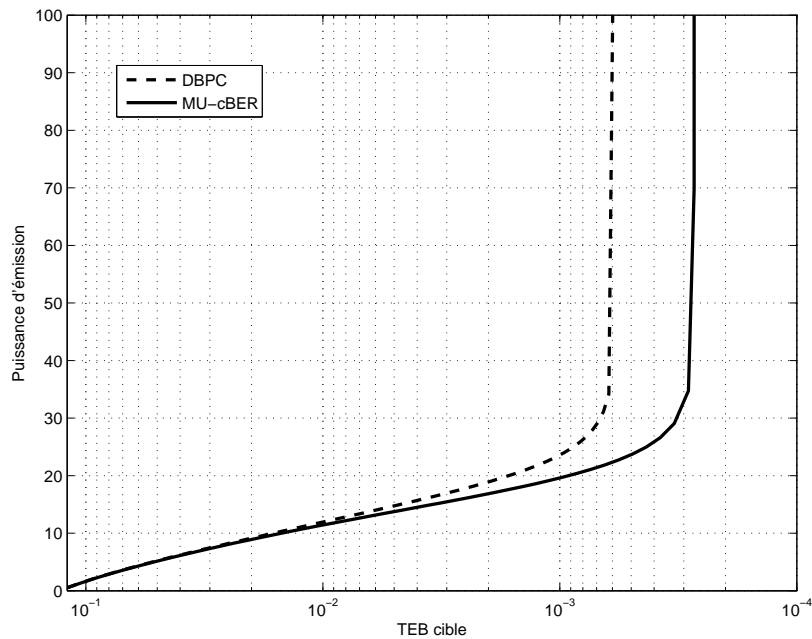


Fig. 4.8: Puissance totale d'émission pour l'algorithme DBPC et MU-cBER en fonction du TEB pour le canal sélectif en fréquence.

MU-cBER. Ce gain est beaucoup plus prononcé quand on passe à $K = 6$ capteurs car le degré de liberté supplémentaire est complètement traduit en gain de diversité. Le gain apporté par la diversité de transmission est de 2 dB à 10^{-3} , de 6 dB à 10^{-4} et de 9 dB à 10^{-5} .

4.5.1 Canal sélectif en fréquence

Le canal sélectif en fréquence utilisé ici est celui présenté en [33] et déjà utilisé dans un contexte mono-utilisateur dans la section 3.6.4.2. Ce canal est formé par 9 trajets étalés sur 8 temps symboles, comme montre le tableau 3.5, pour une direction nominale de 0° et un étalement angulaire de 20° . On a considéré le même étalement angulaire de 20° , mais la direction nominale de l'utilisateur 1 est -60° tandis que celle de l'utilisateur 2 est 40° .

On utilise toujours $L = 2$ couches dans le précodeur. Comme le canal est sélectif en fréquence, il faut utiliser le DTD comme technique de diversité de transmission. Comme montré dans la section 3.5.4.3, l'ensemble formé par la diversité de transmission et le précodeur correspond, dans ce cas, à un filtre spatio-temporel en émission pour chaque utilisateur. On remarque que le canal possède déjà une diversité temporelle qui pourrait être exploitée par une antenne à un seul capteur. Néanmoins, l'utilisation d'une antenne multi-capteurs est obligatoire pour séparer les utilisateurs dans le domaine spatial. L'antenne multi-capteurs ouvre aussi la possibilité de mettre à profit la diversité spatiale du canal, augmentant l'ordre de diversité globale.

La figure 4.8 montre l'évolution de la puissance totale d'émission en fonction du TEB pour les deux techniques. Avant d'analyser les résultats, on note que, dans ce cas, il n'existe pas d'expression pour convertir le TEB cible en RSIB cible pour la technique DBPC. Ainsi, on a tracé la puissance en fonction du TEB mesuré à partir des blocs de données pour les deux techniques. On note cependant que la technique MU-cBER est capable d'assurer le TEB cible demandé. Par conséquent, le TEB dans la figure 4.8 correspond au TEB cible (et aussi à celui mesuré) pour la technique MU-cBER et au TEB mesuré pour la technique DBPC.

Pour ce scénario, on observe un gain de puissance entre la solution MU-cBER et la DBPC de 4 dB à 10^{-3} et de 7,5 dB à 7×10^{-4} . Par ailleurs, on observe que la technique DBPC n'est jamais capable d'atteindre un TEB de 6×10^{-4} (ou inférieur), tandis que la solution MU-cBER peut atteindre des TEB aussi bas que $2,7 \times 10^{-4}$. Cette limitation, pour les deux techniques, vient de l'interférence entre les utilisateurs, qui n'est pas complètement annulée à cause du faible nombre de capteurs par rapport au nombre de trajets de chaque utilisateur. En conséquence, même pour une puissance infinie (et donc bruit thermique négligeable), il reste toujours le même niveau d'interférence inter-utilisateurs, ce qui conduit à un TEB minimal. Pour le scénario considéré, il est impossible d'avoir de meilleures performances que ce TEB minimal. Par contre, la technique MU-cBER présente un TEB minimal plus de deux fois plus faible que celui du DBPC.

4.6 Idées et perspectives

4.6.1 Quelques mots sur la convergence

Une analyse rigoureuse de la convergence de l'algorithme MU-cBER est complexe. De plus, le manque des solutions analytiques au critère proposé rend difficile cette analyse. Cependant, on a mené une première analyse de l'algorithme proposé au vu de sa convergence, présentée par la suite.

Rappelons d'abord que l'algorithme MU-cBER est composé de deux parties, la première correspondant à la boucle sur ω_u et λ_u , représentée par l'étape 2 de l'algorithme ; et la deuxième correspondant à la mise à jour des p_u , représentée par les étapes 3 à 5.

La première partie peut être vue comme un algorithme à part qui, à puissances d'émission fixées, obtient les ω_u et λ_u dans le sens d'annuler la dérivée du critère par rapport à ω_u et à p_u , équations (4.17) et (4.25) respectivement. Ainsi, à chaque itération, le calcul de ω_u et de λ_u change légèrement chacune de ces quantités de façon, à terme, à annuler les dérivées (4.17) et (4.25). Par contre, la dérivée du critère par rapport aux multiplicateurs de Lagrange n'est pas nécessairement nulle. Cela veut dire que les TEB cibles ne sont pas forcément respectés. La solution ainsi trouvée, donnée par les p_u du moment et les ω_u calculés, correspond à un point optimum

du critère énoncé pour des valeurs particulières des contraintes (des TEB donnés différents des TEB cibles).

La deuxième partie de l'algorithme est responsable de la mise à jour des puissances d'émission de façon que les TEB se rapprochent des cibles. Autrement dit, lorsque l'on utilise ce nouveau jeu de puissances d'émission pour calculer les ω_u , la solution trouvée correspond à des TEB qui se rapprochent encore des cibles.

Cette première analyse montre le principe de fonctionnement de l'algorithme MU-cBER comme deux parties qui, chacune à son tour, adaptent les précodeurs ω_u et les puissances p_u pour optimiser le critère proposé. Cette analyse ne prouve pas la convergence de l'algorithme, mais fournit des éléments qui peuvent être utilisés pour le faire dans le futur.

4.6.2 Version stochastique

Deux remarques nous mènent à proposer une version stochastique (ou adaptative) de l'algorithme MU-cBER. La première, de caractère plus physique, concerne la variation du canal au cours du temps due au déplacement du mobile. Ce déplacement a pour effet de changer les directions des trajets physiques qui lient la station de base au mobile. Il se peut même qu'il y ait des trajets qui disparaissent et d'autres qui surgissent de façon dynamique. Il est donc important d'oublier le passé lointain et de ne s'intéresser qu'à une période plus ou moins courte du passé proche pour inférer les caractéristiques du canal. La deuxième remarque, par souci d'implémentation, concerne le grand nombre de blocs qu'il faut moyenner (à la place des espérances dans l'algorithme) à chaque itération de l'algorithme pour obtenir les quantités nécessaires au déroulement de l'algorithme.

Dans la version stochastique, les espérances seraient changées par des moyennes avec facteur d'oubli et, à chaque nouveau bloc b , une seule itération de l'algorithme serait réalisée pour mettre à jour les précodeurs $\omega_u(b)$ et les puissances $p_u(b)$. Notons que maintenant l'indice d'itération est l'indice des blocs. Ainsi, par exemple, les matrices \mathbf{R}_j et $\tilde{\mathbf{R}}_k$, originellement données par (4.19) et (4.20), seraient calculées comme

$$\mathbf{R}_j(b) = \lambda' \mathbf{R}_j(b-1) + \frac{f(\gamma_j(b-1))}{D_j(b-1)} \mathcal{R}_j(b) \quad (4.40)$$

et

$$\tilde{\mathbf{R}}_k(b) = \lambda' \tilde{\mathbf{R}}_k(b-1) + \frac{f(\gamma_k(b-1))}{D_k(b-1)} \gamma_k(b-1) \mathcal{R}_k(b), \quad (4.41)$$

où λ' est le facteur d'oubli, respectant la condition suivante : $0 \ll \lambda' < 1$. Les quantités $\gamma_j(b-1)$ et $D_j(b-1)$ seraient les quantités *a priori*, calculées avec les précodeurs et les puissances à l'instant $b-1$.

La matrice \mathbf{A} , équation (4.27), et les valeurs $g_j(p_j)$, équation (4.29), seraient calculées de façon analogue, en utilisant le TEB *a priori* pour mettre à jour les puissances.

Ainsi, à chaque nouveau bloc b , les matrices de covariance $\mathcal{R}_j(b)$ de tous les utilisateurs seraient estimées et leurs valeurs utilisées pour calculer les nouvelles valeurs de $N_j(b)$, $D_j(b)$, $\gamma_j(b)$, $f(\gamma_j(b))$, $\mathbf{A}(b)$ et du TEB *a priori* $\text{TEB}_j(b)$. Les multiplicateurs de Lagrange $\boldsymbol{\lambda}(b)$ seraient donc mis à jour et leurs valeurs utilisées pour obtenir les nouvelles valeurs des matrices $\mathbf{R}_j^{\text{INT}}(b)$. À partir de ces matrices, les précodeurs $\boldsymbol{\omega}_j(b)$ seraient mis à jour. Finalement, les puissances $p_j(b)$ seraient mises à jour et les nouvelles valeurs $g_j(p_j, b)$ seraient obtenues en utilisant les quantités déjà calculées.

4.6.3 Version dégradée

On rappelle que la méthode proposée MU-cBER est basée sur la décomposition en éléments propres généralisée des matrices de covariance obtenues par des moyennes pondérées des MCST estimées à chaque bloc, comme le montrent les équations (4.19) et (4.20). La même observation est valable pour la technique mono-utilisateur mBER-TD-DB, proposée à la section 3.6.

De plus, on note que les pondérations des matrices de covariance sont telles que les blocs qui présentent un meilleur TEB sont moins représentés dans la matrice de covariance moyenne résultante et les blocs dont le TEB est important sont plus représentés dans la moyenne. On pourrait donc s'intéresser à simplifier ces pondérations, données par $f(\gamma_b)$ dans le cas mono-utilisateur et par $\frac{f(\gamma_j(b))}{D_j(b)}$ et $\frac{f(\gamma_k(b))}{D_k(b)}\gamma_k(b)$ dans le cas multi-utilisateur, par des fonctions plus simples du rapport signal à bruit $\gamma_j(b)$ ou même par de simples seuils. De cette façon, on aboutirait à des algorithmes plus simples et moins coûteux, mais bien probablement au prix d'une dégradation des performances de la solution ainsi obtenue.

4.7 Conclusion

Dans ce chapitre, on a proposé l'utilisation d'un précodeur à plusieurs couches alliée à une technique de diversité de transmission dans le but de réduire la puissance d'émission nécessaire pour garantir le TEB cible des utilisateurs par rapport au schéma classique qui utiliserait un filtre purement spatial pour émettre. Cette réduction est obtenue grâce à la diversité additionnée au lien.

Pour exploiter au mieux ce schéma, on a proposé une technique, appelé *Multi-User constrained BER* (MU-cBER), basée sur la minimisation de la puissance d'émission sous des contraintes sur le TEB de chaque utilisateur. Cette technique est une extension de la technique mono-utilisateur mBER-TD-DB, proposée dans la section 3.6. Comme cette dernière, la technique MU-cBER n'est pas limitée au cas des canaux

Rayleigh ou des modulations particulières, s'adaptant automatiquement à la distribution des trajets du canal de façon à minimiser la puissance d'émission.

Les résultats de simulations montrent que l'utilisation de la technique MU-cBER mène à un gain significatif de puissance par rapport à la technique purement spatiale DBPC. Ce gain provient de l'exploitation de la diversité spatiale qui a été créée par le précodeur.

5

Conclusion et perspectives

Dans ce travail, on a étudié comment utiliser au mieux l'antenne multi-capteurs à la station de base pour émettre vers un ou plusieurs terminaux mobiles. Dans ce sens, on a présenté la dichotomie entre les techniques classiques de diversité de transmission et celles de formation de voie en émission. On a donc proposé l'utilisation d'un schéma de transmission qui allie la diversité de transmission à la formation de voie en émission par l'utilisation d'un précodeur à plusieurs couches. Ce précodeur transforme l'antenne multi-capteurs réelle en une antenne virtuelle, dont les capteurs (virtuels) possèdent un ordre de diversité élevé. Cette diversité est exploitée par une technique classique de diversité de transmission. Par ailleurs, le précodeur sert de liaison entre les signaux en sortie de cette technique de diversité et les capteurs réels, ayant la tâche de conformer le diagramme de radiation en émission.

L'utilisation du schéma de transmission proposé, avec un précodeur entre l'antenne multi-capteurs et la technique de diversité de transmission, requiert de nouvelles techniques capables d'exploiter le potentiel offert par ce schéma. Dans le chapitre 3, on a ainsi proposé deux techniques pour obtenir le précodeur, pour une technique de diversité de transmission quelconque, pourvu qu'elle soit capable d'atteindre *full diversity*, comme par exemple les codes spatio-temporels de bloc (STBC) ou la *delay transmit diversity* (DTD).

La première technique est basée sur le critère de minimum de variance. Cela correspond à la minimisation de la variance de la puissance reçue, ce qui a pour but d'améliorer les performances, en réduisant le TEB, pour une puissance d'émission donnée à la station de base. L'algorithme et la technique résultants sont appelés CPA (*Constant Power Approach*). Néanmoins, les performances de cette technique sont fortement dépendantes du réglage d'un paramètre (β), qui contrôle l'importance donnée à la directivité par rapport à la diversité. Cependant, ce paramètre ne peut

pas être réglé de façon automatique en fonction de la puissance d'émission, comme il serait souhaitable pour atteindre toujours le TEB minimal.

Pour parvenir à surmonter cette difficulté, on a proposé un deuxième critère basé directement sur la minimisation du TEB en réception, pour une puissance d'émission donnée. La technique résultante, appelée mBER-TD-DB (*minimum BER-Transmit Diversity-Downlink Beamforming*), est capable de régler de façon adaptative le compromis entre directivité et diversité pour minimiser le TEB. On a aussi montré, par des résultats de simulations, les gains offerts par cette technique par rapport aux techniques classiques de formation de voie ou de diversité de transmission.

Dans le chapitre 4, on a étendu la technique mBER-TD-DB au contexte multi-utilisateurs. Dans ce contexte, il est plus naturel de minimiser la puissance d'émission tout en respectant des TEB cibles pour chaque utilisateur, plutôt que de minimiser les TEB des utilisateurs pour une puissance d'émission donnée. Partant de ce critère, on a proposé un algorithme itératif pour trouver la solution optimale, appelé MU-cBER (*Multi-User constrained BER*). Cet algorithme adapte conjointement les précodeurs et les puissances d'émission des utilisateurs de façon à minimiser la puissance totale d'émission tout en respectant les TEB cibles des utilisateurs. La solution ainsi trouvée permet de compléter la formation de voie classique avec de la diversité de transmission. L'utilisation de cette nouvelle approche conduit à des gains significatifs en termes de puissance d'émission par rapport aux techniques de formation de voie multi-utilisateurs classiques.

En ce qui concerne l'algorithme MU-cBER, on a aussi présenté des idées et des éléments qui pourraient être à la base de la preuve de convergence de cet algorithme, ainsi que l'idée de base à propos d'une version stochastique de cet algorithme.

Comme suite des travaux présentés, on envisage la simplification des algorithmes mBER-TD-DB et MU-cBER par la substitution des pondérations utilisées pour moyenner les matrices de covariance par des fonctions plus simples ou même par de simples seuils, ainsi que le développement des versions stochastiques de ces algorithmes. D'autres aspects intéressants seraient l'étude plus détaillée de la convergence de ces algorithmes et l'étude de l'influence du nombre de blocs d'apprentissage sur les performances de la solution trouvée. Quant à ce dernier point, il serait souhaitable d'évaluer les performances de la solution obtenue avec un plus faible nombre de blocs d'apprentissage dans des conditions de simulation plus près de la pratique. Finalement, on envisage d'évaluer le gain provenant de l'utilisation de la technique MU-cBER au niveau de la capacité des systèmes radio-mobiles.

Bibliographie

- [1] S. M. Alamouti. “A Simple Transmit Diversity Technique for Wireless Communications”. *IEEE Journal on Select Areas in Communications*, volume 16, numéro 8, pages 1451–1458, octobre 1998. Cité aux pages: 10, 66
- [2] J. B. Andersen. “Antenna Arrays in Mobile Communications : Gain, Diversity, and Channel Capacity”. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, volume 42, numéro 2, pages 12–16, avril 2000. Cité aux pages: 6
- [3] J. B. Andersen. “Array Gain and Capacity for Known Random Channels with Multiple Element Arrays at Both Ends”. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, volume 18, numéro 11, pages 2172–2178, novembre 2000. Cité aux pages: 6
- [4] G. Andrieux. *Techniques d’émission multi-antennes pour les systèmes de radio-communications à duplex temporel*. Thèse de Doctorat, Université de Nantes, Nantes, France, 2004. Cité aux pages: 14
- [5] T. Asté. *Méthodes de traitement d’antenne adaptatives pour un système de communications numériques radiomobiles de type GSM*. Thèse de Doctorat, Conservatoire National des Arts et Métiers, Paris, France, 1998. Cité aux pages: 15
- [6] T. Asté, P. Forster, L. Féty et S. Mayrargue. “Downlink Beamforming Avoiding DOA Estimation for Cellular Mobile Communications”. *Proc. of IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP’98)*, Seattle, USA, mai 1998. Cité aux pages: 15
- [7] T. Asté, L. Féty, P. Forster et S. Mayrargue. “Downlink Beamforming for Cellular Mobile Communications (GSM system)”. *Annales des Télécommunications*, volume 53, numéro 11-12, pages 435–448, décembre 1998. Cité aux pages: 15
- [8] M. G. Bellanger. *Adaptive Digital Filters*. Marcel Dekker, 2^{ème} ed., 2001. Cité aux pages: 88
- [9] J. Bertrand et P. Forster. “Optimal weights computation of an emitting antenna array - the Obele algorithm”. *IEEE Transactions on Signal Processing*, volume 51, numéro 7, pages 1716–1721, juillet 2003. Cité aux pages: 26
- [10] J. Capon. “High-Resolution Frequency-Wavenumber Spectrum Analysis”. *Proceeding of the IEEE*, volume 57, numéro 8, pages 1408–1418, août 1969. Cité aux pages: 15

- [11] J. K. Cavers. “Optimized use of diversity modes in transmitter diversity systems”. *Proc. of 49th IEEE Vehicular Technology Conference (VTC'99)*, volume 3, pages 1768–1773. Houston, USA, juin 1999. Cité aux pages: 58, 59, 60, 62, 63
- [12] R. T. Derryberry, S. D. Gray, D. M. Ionescu, G. Mandyam et B. Raghothaman. “Transmit diversity in 3G CDMA systems”. *IEEE Communications Magazine*, volume 40, numéro 4, pages 68–75, avril 2002. Cité aux pages: 10
- [13] C. Farsakh et J. A. Nossek. “Spatial Covariance Based Downlink Beamforming in an SDMA Mobile Radio System”. *IEEE Transactions on Communications*, volume 46, numéro 11, pages 1497–1506, novembre 1998. Cité aux pages: 26
- [14] R. de Francisco et D. T. M. Slock. “Spatial Transmit Prefiltering for Frequency-Flat MIMO Transmission with Mean and Covariance Information”. *Conference Record of the Thirty-Ninth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, pages 371–375. Pacific Grove, CA, novembre 2005. Cité aux pages: 63
- [15] S. Frattasi, H. Fathi, F. H. P. Fitzek, R. Prasad et M. D. Katz. “Defining 4G technology from the user’s perspective”. *IEEE Network*, volume 20, numéro 1, pages 35–41, février 2006. Cité aux pages: 16
- [16] J. Fu, Y.-H. Kim, Y.-S. Park et J. Wang. “A Novel Power Allocation Scheme for Orthogonal Space-Time Block Code Systems”. *IEEE Communications Letters*, volume 10, numéro 4, pages 272–274, avril 2006. Cité aux pages: 58
- [17] D. Gerlach et A. Paulraj. “Adaptive transmitting antenna arrays with feedback”. *IEEE Signal Processing Letters*, volume 1, numéro 10, pages 150–152, octobre 1994. Cité aux pages: 13
- [18] D. Gerlach et A. Paulraj. “Adaptive Transmitting Antenna Methods for Multipath Environments”. *Proc. of IEEE Global Telecommunications Conference (Globecom'94)*, volume 1, pages 425–429. San Francisco, USA, décembre 1994. Cité aux pages: 14
- [19] L. C. Godara. “Application of antenna arrays to mobile communications, Part I : Performance improvement, feasibility, and system considerations”. *Proceedings of the IEEE*, volume 85, numéro 7, pages 1031–1060, juillet 1997. Cité aux pages: 1
- [20] L. C. Godara. “Application of antenna arrays to mobile communications, Part II : Beam-forming and direction-of-arrival considerations”. *Proceedings of the IEEE*, volume 85, numéro 8, pages 1195–1245, août 1997. Cité aux pages: 1
- [21] D. N. Godard. “Self-Recovering Equalization and Carrier Tracking in Two-Dimensional Data Communication Systems”. *IEEE Transactions on Communications*, volume 28, numéro 11, pages 1867–1875, novembre 1980. Cité aux pages: 68
- [22] J. Goldberg et J. R. Fonollosa. “Downlink Beamforming for Cellular Mobile Communications”. *Proc. of IEEE Vehicular Technology Conference (VTC'97)*, volume 2, pages 623–636. Phoenix, USA, mai 1997. Cité aux pages: 16

- [23] G. H. Golub et C. F. Van Loan. *Matrix Computations*. The Johns Hopkins University Press, 3^{ème} ed., 1996. Cité aux pages: 38, 71, 111
- [24] S. Haykin. *Adaptive Filter Theory*. Prentice Hall, 3^{ème} ed., 1996. Cité aux pages: 70, 88, 110, 113
- [25] K. Hugl. *Spatial Channel Characteristics for Adaptive Antenna Downlink Transmission*. Thèse de doctorat, Technischen Universität Wien, Vienne, Autriche, 2002. Cité aux pages: 15, 26
- [26] K. Hugl, J. Laurila et E. Bonek. “Downlink Beamforming for Frequency Division Duplex Systems”. *Proc. of IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM'99)*, volume 4, pages 2097–2101. Rio de Janeiro, Brésil, décembre 1999. Cité aux pages: 15, 16
- [27] K. Hugl, J. Laurila et E. Bonek. “Transformation Based Downlink Beamforming Techniques for Frequency Division Duplex Systems”. *Proc. of IEICE International Symposium on Antennas and Propagation (ISAP'2000)*, pages 1529–1532. Fukuoka, Japon, août 2000. Cité aux pages: 16
- [28] W. C. Jakes. “A Comparison of Specific Space Diversity Techniques for Reduction of Fast Fading in UHF Mobile Radio Systems”. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, volume 20, numéro 4, pages 81–92, novembre 1971. Cité aux pages: 9
- [29] W. C. Jakes. *Microwave Mobile Communications*. IEEE Press, New York, 1974. Cité aux pages: 6
- [30] G. Jöngren, M. Skoglund et B. Ottersten. “Combining Beamforming and Orthogonal Space-Time Block Coding”. *IEEE Transactions on Information Theory*, volume 48, numéro 3, pages 611–627, mars 2002. Cité aux pages: 63
- [31] Y.-C. Liang et F. P. S. Chin. “Downlink Channel Covariance Matrix (DCCM) Estimation and Its Applications in Wireless DS-CDMA Systems”. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, volume 19, numéro 2, pages 222–232, février 2001. Cité aux pages: 15
- [32] J. Liberti et T. S. Rappaport. *Smart Antennas for Wireless Communications*. Prentice Hall, 1^{ère} ed., 1999. Cité aux pages: 1
- [33] P. Pajusco. “Experimental Characterization of D.O.A. at the Base Station in Rural and Urban Area”. *Proc. of IEEE Vehicular Technology Conference (VTC'98)*, volume 2, pages 993–997. Ottawa, Canada, mai 1998. Cité aux pages: 96, 97, 120
- [34] A. Paulraj, R. Nabar et D. Gore. *Introduction to Space-Time Wireless Communications*. Cambridge University Press, 1^{ère} ed., 2003. Cité aux pages: 1, 10, 52, 54, 55
- [35] K. I. Pedersen, P. E. Mogensen et B. H. Fleury. “Spatial channel characteristics in outdoor environments and their impact on BS antenna system performance”. *Proceedings of the 48th IEEE Vehicular Technology Conference (VTC 98)*, volume 2, pages 719–723. Ottawa, Canada, mai 1998. Cité aux pages: 9
- [36] J. G. Proakis. *Digital Communications*. McGraw-Hill, 2^{ème} ed., 1989. Cité aux pages: 9, 75, 86

- [37] B. Raghothaman, R. T. Derryberry et G. Mandyam. “Transmit adaptive array without user-specific pilot for 3G CDMA”. *Proc. of IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP'00)*, volume 5, pages 3009–3012. Istanbul, Turquie, juin 2000. Cité aux pages: 11
- [38] T. S. Rappaport. *Wireless Communications : Principles & Practice*. Prentice Hall, 2^{ème} ed., 2001. Cité aux pages: 6, 116
- [39] F. Rashid-Farrokhi, K. J. Ray Liu et L. Tassiulas. “Transmit Beamforming and Power Control for Cellular Wireless Systems”. *IEEE Journal on Sel. Areas in Communications*, volume 16, numéro 8, pages 1437–1450, octobre 1998. Cité aux pages: 26, 34
- [40] M. Schubert et H. Boche. “Solution of the Multiuser Downlink Beamforming Problem With Individual SINR Constraints”. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, volume 53, numéro 1, pages 18–28, janvier 2004. Cité aux pages: 26
- [41] N. Seshadri et J. H. Winters. “Two signaling schemes for improving the error performance of frequency-division-duplex (FDD) transmissions systems using transmitter antenna diversity”. *Proc. of IEEE Vehicular Technology Conference (VTC'93)*, pages 508–511. Secausus, USA, mai 1993. Cité aux pages: 9
- [42] N. Seshadri et J. H. Winters. “Two Signaling Schemes for Improving the Error Performance of Frequency-Division-Duplex (FDD) Transmission Systems Using Transmitted Antenna Diversity”. *International Journal of Wireless Information Networks*, volume 1, numéro 1, pages 24–47, janvier 1994. Cité aux pages: 9
- [43] D.-S. Shiu, G. J. Foschini, M. J. Gans et J. M. Kahn. “Fading correlation and its effects on the capacity of multi-element antenna systems”. *IEEE Transactions on Communications*, volume 48, numéro 3, pages 502–513, mars 2000. Cité aux pages: 75, 76, 93
- [44] P. Suvikunnas, P. Vainikainen et K. Hugl. “The Comparison Methods of Different Geometric Configurations of Adaptive Antennas”. *Proc. of 4th European Personal Mobile Communications Conference (EPMCC'2001)*, Vienne, Autriche, 2001. Cité aux pages: 7
- [45] V. Tarokh, H. Jafarkhani et A. R. Calderbank. “Space-Time Block Codes from Orthogonal Designs”. *IEEE Transactions on Information Theory*, volume 45, numéro 5, pages 1456–1467, juillet 1999. Cité aux pages: 10, 67
- [46] V. Tarokh, N. Seshadri et A. R. Calderbank. “Space-time codes for high data rate wireless communications : performance criterion and code construction”. *IEEE Transactions on Information Theory*, volume 44, numéro 2, pages 744–765, mars 1998. Cité aux pages: 10
- [47] P. Tejera, W. Utschick, G. Bauch et J. A. Nossek. “Extended orthogonal STBC for OFDM with partial channel knowledge at the transmitter”. *Proc. of IEEE International Conference on Communications*, volume 5, pages 2990–2994. Paris, France, juin 2004. Cité aux pages: 63
- [48] H. L. Van Trees. *Optimum Array Processing. Part IV of Detection, Estimation, and Modulation Theory*. Wiley, 1^{ère} ed., 2002. Cité aux pages: 1

- [49] R. Vishwakarma et K. S. Shanmugan. “Performance analysis of transmit antenna diversity in 3G WCDMA system”. *Proc. of IEEE International Conference on Personal Wireless Communications (IPCWC'2000)*, pages 1–4. Hyderabad, Indie, décembre 2000. Cité aux pages: 11
- [50] M. Vu et A. Paulraj. “Linear precoding for MIMO channels with non-zero mean and transmit correlation in orthogonal space-time coded systems”. *Proc. of IEEE 60th Vehicular Technology Conference (VTC'2004 Fall)*, volume 4, pages 2503–2507. Los Angeles, CA, septembre 2004. Cité aux pages: 63
- [51] J. H. Winters. “The Diversity Gain of Transmit Diversity in Wireless Systems with Rayleigh Fading”. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, volume 47, numéro 1, pages 119–123, février 1998. Cité aux pages: 9, 10
- [52] M. D. Yacoub. *Foundations of mobile radio engineering*. CRC Press, Boca Raton, 1993. Cité aux pages: 6, 80
- [53] D. Zanatta Filho. Algoritmos de Processamento Espacial para Enlaces de Comunicação sem Fio (*Algorithmes de Traitement d'Antenne appliqués aux Liens de Communication Radio-Mobile*). Mémoire de master, Université de Campinas (UNICAMP), 2002. Cité aux pages: 3, 6, 26, 42
- [54] D. Zanatta Filho et L. Féty. “A Fast Algorithm for Joint Downlink Beamforming and Power Control in UMTS Systems”. *Proc. of IEEE International Telecommunications Symposium (ITS'2002)*, Natal, Brésil, septembre 2002. Cité aux pages: 26
- [55] P. Zetterberg. *Mobile Cellular Communications with Base Station Antenna Arrays : Spectrum Efficiency, Algorithms and Propagation Models*. Thèse de Doctorat, Department of Signals, Sensors and Systems, Royal Institute of Technology, Stockholm, Suède, 1997. Cité aux pages: 15, 26
- [56] S. Zhou et G. B. Giannakis. “Optimal Transmitter Eigen-Beamforming and Space-Time Block Coding Based on Channel Correlations”. *IEEE Transactions on Information Theory*, volume 49, numéro 7, pages 1673–1690, juillet 2003. Cité aux pages: 58, 62, 63, 73

Index d'auteurs

— A —

Alamouti, S. M., 10, 66
Andersen, J. B., 6
Andrieux, G., 14
Asté, T., 15

— B —

Bauch, G., 63
Bellanger, M. G., 88
Bertrand, J., 26
Boche, H., 26
Bonek, E., 15, 16

— C —

Calderbank, A. R., 10, 67
Capon, J., 15
Cavers, J. K., 58–60, 62, 63
Chin, F. P. S., 15

— D —

de Francisco, R., 63
Derryberry, R. T., 10, 11

— F —

Farsakh, C., 26
Fathi, H., 16
Féty, L., 15, 26
Fitzek, F. H. P., 16

Fleury, B. H., 9
Fonollosa, J. R., 16
Forster, P., 15, 26
Foschini, G. J., 75, 76, 93
Frattasi, S., 16
Fu, J., 58

— G —

Gans, M. J., 75, 76, 93
Gerlach, D., 13, 14
Giannakis, G. B., 58, 62, 63, 73
Godara, L. C., 1
Godard, D. N., 68
Goldberg, J., 16
Golub, G. H., 38, 71, 111
Gore, D., 1, 10, 52, 54, 55
Gray, S. D., 10

— H —

Haykin, S., 70, 88, 110, 113
Hugl, K., 7, 15, 16, 26

— I —

Ionescu, D. M., 10

— J —

Jafarkhani, H., 10, 67
Jakes, W. C., 6, 9

Jöngren, G., 63

— K —

Kahn, J. M., 75, 76, 93

Katz, M. D., 16

Kim, Y.-H., 58

— L —

Laurila, J., 15, 16

Liang, Y.-C., 15

Liberti, J., 1

Liu, K. J. Ray, 26, 34

Loan, C. F. Van, 38, 71, 111

— M —

Mandyam, G., 10, 11

Mayrargue, S., 15

Mogensen, P. E., 9

— N —

Nabar, R., 1, 10, 52, 54, 55

Nossek, J. A., 26, 63

— O —

Ottersten, B., 63

— P —

Pajusco, P., 96, 97, 120

Park, Y.-S., 58

Paulraj, A., 1, 10, 13, 14, 52, 54, 55, 63

Pedersen, K. I., 9

Prasad, R., 16

Proakis, J. G., 9, 75, 86

— R —

Raghothaman, B., 10, 11

Rappaport, T. S., 1, 6, 116

Rashid-Farrokhi, F., 26, 34

— S —

Schubert, M., 26

Seshadri, N., 9, 10

Shanmugan, K. S., 11

Shiu, D.-S., 75, 76, 93

Skoglund, M., 63

Slock, D. T. M., 63

Suvikunnas, P., 7

— T —

Tarokh, V., 10, 67

Tassiulas, L., 26, 34

Tejera, P., 63

Trees, H. L. Van, 1

— U —

Utschick, W., 63

— V —

Vainikainen, P., 7

Vishwakarma, R., 11

Vu, M., 63

— W —

Wang, J., 58

Winters, J. H., 9, 10

— Y —

Yacoub, M. D., 6, 80

— Z —

Zanatta Filho, D., 3, 6, 26, 42

Zetterberg, P., 15, 26

Zhou, S., 58, 62, 63, 73

Travaux publiés pendant la thèse

Articles de conférence :

1. D. Zanatta Filho, L. Féty et J. M. T. Romano. *Adding Diversity to Multi-User Downlink Beamforming by using BER Constraints*, VI International Telecommunications Symposium (ITS'2006), Fortaleza, Brésil, septembre 2006
2. D. Zanatta Filho et L. Féty. *Joint Transmit Diversity and Downlink Beamforming by using a Minimum BER Criterion*, VI International Telecommunications Symposium (ITS'2006), Fortaleza, Brésil, septembre 2006
3. D. Zanatta Filho et C. C. Cavalcante. *Power and Bit Allocation for Link Adaptation in MIMO-OFDM Wireless Systems*, VI International Telecommunications Symposium (ITS'2006), Fortaleza, Brésil, septembre 2006
4. D. Zanatta Filho, R. R. Lopes, R. Ferrari, M. B. Loiola, R. Suyama, G. Simões, C. Wada, J. M. T. Romano, B. Dortschy et J. Rius i Riu. *The Capacity of Binders for MIMO Digital Subscriber Lines*, VI International Telecommunications Symposium (ITS'2006), Fortaleza, Brésil, septembre 2006
5. D. Zanatta Filho et L. Féty. *A new Criterion for Transmit Diversity and Beamforming in Mobile Communications*, XXII Symposium Brésilien de Telecommunications (SBrT'05), Campinas, Brésil, septembre 2005
6. L. Féty, D. Zanatta Filho et M. Terré. *A Comparison of Chip Rate MMSE and Symbol Rate MMSE in Multiuser Uplink Long Code DS-CDMA*, The fifth IEEE International Workshop on Signal Processing Advances for Wireless Communications (SPAWC'2004), Lisbonne, Portugal, juillet 2004
7. M. Terré, L. Féty, D. Zanatta Filho et N. Hicheri. *Waterfilling for CDMA*, 8th International OFDM Workshop, Hamburg, Allemagne, septembre 2003
8. C. Junqueira, J. B. Destro Filho, D. Zanatta Filho, M. B. Loiola et J. M. T. Romano. *GCS : The Flexible GPS Channel Simulator*, GNSS 2003 – The European Navigation Conference, Graz, Autriche, avril 2003

Articles de revue :

9. M. Terré, L. Féty, D. Zanatta Filho et N. Hicheri. *OFDM et CDMA, approche unifiée et méthode de conception de séquences d'étalement adaptées au canal*, Revue Traitement de Signal, numéro 4, décembre 2004
10. M. Terré, L. Féty et D. Zanatta Filho. *Les apports du traitement d'antenne pour l'UMTS*, Revue de l'Électricité et de l'Électronique (REE), numéro 2, février 2003

Les travaux 1, 2 et 5 sont en rapport direct avec les travaux de thèse rapportés dans ce document et sont mis en annexe.

A new Criterion for Transmit Diversity and Beamforming in Mobile Communications

Danilo Zanatta Filho and Luc Féty

Abstract—We consider a wireless communication system in which the base station is equipped with an antenna array and the mobile user has a single antenna. Classically, in this configuration, the antenna array at the base station is used to perform either beamforming or transmit diversity. We propose a scheme that exploits the antenna array to perform beamforming in order to maximize the diversity of the channel seen at the receive end, i.e., the mobile user. This scheme is based on the criterion of minimizing the variation of the power received by the mobile user due to fading. Moreover, we propose an adaptive method to optimize this criterion, which is a type of CM (Constant Modulus) criterion.

Keywords—Adaptive antennas, smart antennas, downlink beamforming, transmit beamforming, transmit diversity, downlink diversity, CM, Constant Modulus, CMA, Constant Modulus Algorithm, mobile wireless systems.

I. INTRODUCTION

The evolution of the wireless communication systems towards 3GB (3rd Generation and beyond) is propelled by Internet access and increasing demand for data-based services. Most of these services, such as internet surfing, are downlink-intensive, in opposition to voice services, which demand the same data rate in both directions. These factors lead to an increasing demand for higher system capacity and higher data rates, mostly in the downlink, which can be achieved by a better link quality in terms of higher decoding SNR (Signal to Noise Ratio).

The wireless propagation channel is formed by multiple paths that sum with each other to construct the channel. This sum of multiple paths leads to a fluctuation of the received power in time, which is known as *fading*. Poor performance due to prolonged deep fading of the channel is one of the main problems faced when using the wireless channel.

In order to counteract deep fading, one can benefit from the decorrelation of the channel to combine uncorrelated copies of the same signal. It is very unlikely that all these copies are in a fade simultaneously. Hence, the chance that a deep fading occurs is greatly reduced and, when it occurs, its duration is also reduced when compared to the original scenario of only one copy of the signal. This strategy is called *diversity* and it may be the single most important contributor to reliable wireless communications. Increasing the number of uncorrelated copies of the same signal has the effect of reducing the probability that the combined signal is in a fade.

Danilo Zanatta Filho is with the DSPCom-DECOM-FEEC, Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Brazil and the Laboratoire d'Électronique et Communication, Conservatoire National des Arts et Métiers (CNAM), Paris, France. Luc Féty is with the Laboratoire d'Électronique et Communication, Conservatoire National des Arts et Métiers (CNAM), Paris, France. E-mails: daniloz@decom.fee.unicamp.br and fety@cnam.fr

The number of possible copies is called the *diversity order* of the channel.

It is well established that the use of multiple antennas can improve the performance of a wireless communication system in a fading environment [1], [2]. From the point of view of diversity, the use of multiple antennas increases the diversity order due to spatial uncorrelated copies of the signal, leading to a diversity order greater than one even for flat fading channels. Although multiple antennas may be employed at either the base station (BS), mobile unit (MU), or both, it is most cost effective and practical to employ multiple antennas at the base station only. Hence, this article is restricted to the case of employing multiple antennas at the BS.

The considered case of employing multiple antennas at the BS only has already been contemplated in the literature for receive diversity (RD) in the uplink [2]. The idea is to combine the antennas outputs according to some criterion in order to take advantage of the spatial diversity of the received signal. This is called receive diversity since the diversity is exploited at the receiver. This is a well studied problem in the literature and the main drawbacks to practical implementation are the required computational cost and, mostly, hardware implementation issues.

However, the more challenging problem of profiting from the diversity in the downlink is yet an open problem. Recent works propose to use some processing prior to transmission by the multiple antennas in order to achieve a diversity gain at the MU receiver [3]. Since the processing is done at the transmission side, this scheme is called transmit diversity (TD). With the use of TD, the MU receiver is kept simple (only one antenna) and yet profits from diversity gain. The main theoretical impairment for TD is that the channel is unknown at transmission time.

Among the different schemes for TD proposed in the literature, we can identify two main categories: one based on the knowledge of the downlink channel and another which does not require the knowledge of the downlink channel. The main idea behind the TD scheme without channel knowledge is that each antenna transmit an uncorrelated version of the desired signal. The receiver (MU) can hence combine these different versions of the desired signal in order to profit from the spatial diversity of the multipath channel. Since each antenna is used regardless of the others, the radiation is omnidirectional and it is not possible to perform beamforming. In a multiuser context, this approach has the weakness of generating a high interference level due to omnidirectional radiation. Examples of these schemes, called *open loop TD*, are the delay diversity schemes [4], [5] and space-time codes [6], with the Alamouti scheme [7] being one particular case.

The other approach, which requires the knowledge of the downlink channel, is based on the estimation of this channel by the MU. This information is then fed back to the BS, where the channel estimation is used to carry out TD. Switched transmit diversity [8] and transmit adaptive array [9] are examples of feedback-based TD, also called *close loop TD*. The advantage of using feedback is that the BS can have an estimation of the impulse response of the downlink channel. This knowledge makes possible to the BS to compensate for the phases of each multipath, eliminating thus the fading. There are two drawbacks, however: useful rate reduction and feedback delay. The insertion of training symbols is needed so that channel estimation is possible at the MU. This estimation must be then fed back to the BS using the uplink channel. Although both points imply on useful-rate reduction in both the downlink and uplink, the impact of this rate reduction on the system is not remarkable and it is worthy due to the corresponding gain. On the other hand, the feedback delay, which is the delay between the downlink channel estimation at the MU and its exploitation by the BS, is a more critical issue. This delay makes the feedback approach not very robust in practical conditions since the downlink channel estimation is very likely to be out-of-date at the moment of its use by the BS. Indeed, it only takes the displacement of a fraction of wavelength to cause a significant change of the multipath phases, leading to a completely different fading condition. In this case, trying to compensate for the multipath phases is not possible and may even create a deep fading instead of a milder one.

In this work, we propose a diversity technique that is directly based on the criterion of minimizing the variation of the power received by the MU. This technique uses the second order statistics of the downlink channel. The channel covariance matrix (CCM) is formed from the physical characteristics of the channel (the physical paths), which does not change as quickly as the multipath phases. Hence, we can rely on this relatively stationary information to perform TD. Moreover, the CCM is of much interest since the downlink channel covariance matrix (DCCM) can be estimated directly at the BS, avoiding feedback. For TDD (time division duplex) systems, this is a very straightforward task. Since both links use the same frequency, the uplink channel covariance matrix (UCCM) is identical to the DCCM, and the estimation of the former can be easily obtained from the received signal in the uplink. Although in FDD (frequency division duplex) systems the multiple antenna response (i.e., the steering vector) differs from one link to the other due to their frequency separation, it is possible to estimate the DCCM from the UCCM, as showed by Asté in [10], [11].

Having estimated the DCCM, several works (see for example [12]–[14]) proposes to use this information to perform beamforming by using a purely spatial filter. We propose, however, to use a space-time filter to maximize the diversity order, besides beamforming. We rely on the fact that the MU is already equipped with a temporal equalizer in order to compensate for frequency-selective fading channels, e.g., in macrocells. This equalizer let us take advantage of the channel space diversity by exploiting the spatial decorrelation to emit uncorrelated copies of the desired signal delayed by one or

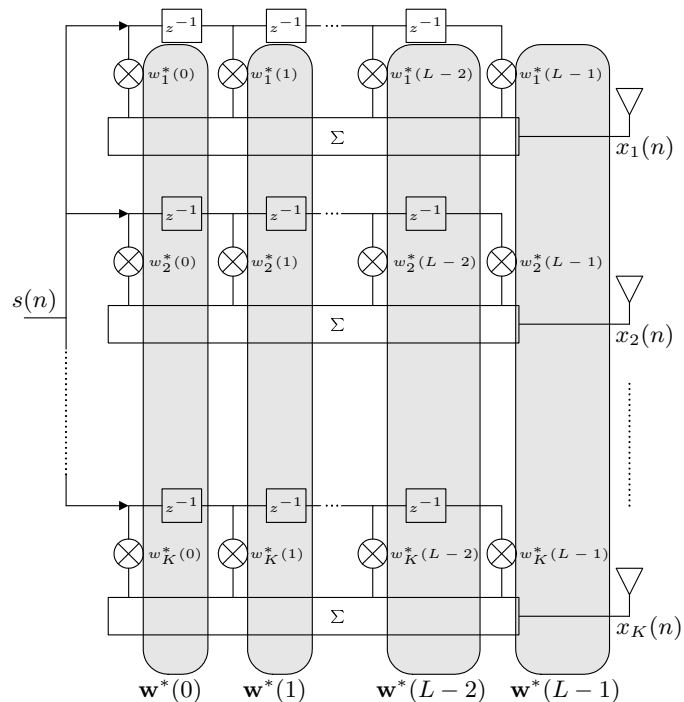


Fig. 1. Transmit Space-Time Filter

more symbol periods. By doing so, we are transforming the *spatial diversity* at the BS side to *time diversity* at the MU side. This conversion is specially useful when the channel is flat-fading, i.e., the time-spread is zero.

The paper is organized as follows. In the next section, the system model used in this work is presented and an expression for the received power by the mobile user is derived. Then, in Section III, we present the proposed criterion and also an adaptive algorithm to find the optimum solution. The results of computer simulations are presented in Section IV, where the performance of the proposed technique is assessed and its behavior is studied. The performance of the proposed algorithm is also compared to more classical techniques. Finally, in Section V, we draw some conclusions and present some open issues.

The following notations are used throughout the paper. Vectors are by default in column orientation, whereas T , H and $*$ stand for transpose, conjugate transpose, and conjugate, respectively. $\|\mathbf{x}\|$ is the 2-norm of vector \mathbf{x} , $E\{\cdot\}$ denotes mathematical expectation and $*$ stands for convolution.

II. SYSTEM MODEL

We consider the downlink of a wireless communication system, where the BS is equipped with K antennas and the MU has only one antenna. The TD processing is done by means of a space-time filter, as depicted in Fig. 1. The signal transmitted by the k -th antenna is given by

$$x_k(n) = w_k^*(n) * s(n) = \sum_{l=0}^{L-1} w_k^*(l) s(n-l) \quad (1)$$

where $s(n)$ are the transmitted symbols to the MU and $w_k(n)$ are the coefficients of the temporal equalizer related to antenna k , which is assumed to have length L .

We assume that the signal is transmitted in blocks of length N_b , so that the channel variation during one block of data is insignificant. However, the channel changes from one block to another, characterizing a *block fading channel*.

At a given block t , the received signal $y(n)$ at the MU antenna can be expressed as

$$y(n) = \sum_{k=1}^K h_k(n) * x_k(n) \quad (2)$$

where $h_k(n)$ is the temporal response of the space-time channel, relative to the antenna k , which is assumed to have length D and n is the temporal index within the considered block. We have not represented the index block t for the sake of legibility. This index will be explicitly used in the sequel, when needed.

Rewriting the signal $y(n)$ as

$$y(n) = \sum_{k=1}^K \sum_{i=0}^{D-1} h_k(i) x_k(n-i) \quad (3)$$

and recalling that $x_k(n-i) = \sum_{l=0}^{L-1} w_k^*(l) s(n-i-l)$, we obtain that

$$y(n) = \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=1}^K w_k^*(l) \sum_{i=0}^{D-1} h_k(i) s(n-i-l). \quad (4)$$

Defining $\tilde{s}_k(n-l) \triangleq \sum_{i=0}^{D-1} h_k(i) s(n-i-l)$ and the following column vectors (see Fig. 1)

$$\mathbf{w}(l) = [w_1(l) \quad w_2(l) \quad \dots \quad w_K(l)]^H \quad (5a)$$

$$\tilde{\mathbf{s}}(n-l) = [\tilde{s}_1(n-l) \quad \tilde{s}_2(n-l) \quad \dots \quad \tilde{s}_K(n-l)]^T \quad (5b)$$

we can rewrite (4) as

$$y(n) = \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{w}(l)^H \tilde{\mathbf{s}}(n-l), \quad (6)$$

which can be written in vector notation as

$$y(n) = \mathbf{W}^H \tilde{\mathbf{S}}(n) \quad (7)$$

where

$$\mathbf{W} = [\mathbf{w}(0)^H \quad \mathbf{w}(1)^H \quad \dots \quad \mathbf{w}(L-1)^H]^H \quad (8a)$$

$$\tilde{\mathbf{S}}(n) = [\tilde{\mathbf{s}}(n)^T \quad \tilde{\mathbf{s}}(n-1)^T \quad \dots \quad \tilde{\mathbf{s}}(n-L+1)^T]^T. \quad (8b)$$

The vector $\tilde{\mathbf{S}}(n)$ can be related to the transmitted symbols $s(n)$ in matrix form as shown by (13), where $\mathbf{0}$ is a column vector formed by K zeros and the $K \times D$ matrix \mathbf{H}_t is the space-time response of the channel during the transmission of block t , defined as

$$\mathbf{H}_t = \begin{bmatrix} h_1(0) & h_1(1) & \dots & h_1(D-1) \\ h_2(0) & h_2(1) & \dots & h_2(D-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_K(0) & h_K(1) & \dots & h_K(D-1) \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Defining the vector of transmitted symbols $\mathbf{s}(n)$ and the block diagonal matrix \mathcal{H}_t as in (13), we can write the received signal at the MU for block t as

$$y_t(n) = \mathbf{W}^H \mathcal{H}_t \mathbf{s}_t(n). \quad (10)$$

It is worth recalling that for each block t the channel presents a different fading condition, i.e., it can be in a deep fade or in a reconstruction condition. This condition affects the signal received power and, at last, the SNR of each received block at the MU.

The average power received by the MU during block t is given by

$$\begin{aligned} P_t &= \frac{1}{N_b} \mathbb{E} \left\{ y_t(n) y_t^*(n) \right\} \\ &= \frac{1}{N_b} \mathbf{W}^H \mathcal{H}_t \mathbb{E} \left\{ \mathbf{s}_t(n) \mathbf{s}_t^H(n) \right\} \mathcal{H}_t^H \mathbf{W}. \end{aligned} \quad (11)$$

Assuming that the transmitted symbols $s(n)$ are i.i.d., we obtain $\mathbb{E} \left\{ \mathbf{s}_t(n) \mathbf{s}_t^H(n) \right\} = \sigma_s^2 \mathbf{I}$ and (11) becomes

$$P_t = \frac{\sigma_s^2}{N_b} \mathbf{W}^H \mathcal{R}_t \mathbf{W}, \quad (12)$$

where $\mathcal{R}_t = \mathcal{H}_t \mathcal{H}_t^H$ is the space-time covariance matrix, which has a block hermitian structure.

III. CONSTANT POWER APPROACH

We assume that the MU has only one antenna and it is already equipped with a temporal equalizer. The main idea is to take advantage of the channel space diversity by exploiting the spatial decorrelation to emit uncorrelated copies of the desired signal (by means of the multiple antenna at the BS) delayed by one or more symbol periods. By doing so, the temporal equalizer at the MU can combine this uncorrelated copies to form an estimation of the transmitted signal. By combining these copies, the MU can profit from the channel diversity to counteract the fading. It is worth noting that

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{s}}(n) \\ \tilde{\mathbf{s}}(n-1) \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{s}}(n-L+1) \end{bmatrix}}_{\tilde{\mathbf{S}}(n)} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{H}_t & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{H}_t & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{H}_t & \mathbf{0} \end{bmatrix}}_{\mathcal{H}_t} \underbrace{\begin{bmatrix} s(n) \\ s(n-1) \\ s(n-2) \\ s(n-3) \\ \vdots \\ s(n-D-L+1) \end{bmatrix}}_{\mathbf{s}(n)} \quad (13)$$

the proposed technique transforms the spatial diversity at the BS side into time diversity at the MU side, which can be exploited by a temporal equalizer. Our proposition then takes into account the existent systems and only makes minor changes to increase the diversity gain at the MU side. The performance of the proposed technique is however related to the specific equalizer used at the MU. Here we assume that the MU uses an *ideal* receiver, which is capable of recovering all the signal energy spread across time.

As stated in the previous Section, at each block t a different average power P_t is received by the MU's antenna. The variation of these received powers P_t is caused by the fading. We propose thus to find a (fixed) space-time transmit filter \mathbf{W} that is computed in order that the received power P_t at the MU is as constant as possible over a finite training window. By doing so, we are minimizing the fading effect, i.e., the received power variation. This criterion can be expressed as

$$\mathbf{W}_{\text{opt}} = \arg \min_{\mathbf{W}} \sum_{t=t_i}^{t_f} (\mathbf{W}^H \mathcal{R}_t \mathbf{W} - 1)^2 \quad (14)$$

where t_i and t_f are the initial and final blocks of the training window, respectively.

In order to keep the same transmit power of the single antenna (no transmit filter) case, the optimum transmit filter is normalized

$$\mathbf{W}_{\text{on}} = \frac{\mathbf{W}_{\text{opt}}}{\|\mathbf{W}_{\text{opt}}\|}. \quad (15)$$

This normalized optimum filter \mathbf{W}_{on} is then used to transmit the subsequent data blocks. In addition, to ensure the desired target SNR at the MU, a power control is done at the BS. We assume that this power control is integrated in the signal $s(n)$, i.e., this signal is already scaled in order that the received power at the MU respects the target SNR.

This novel criterion for transmit diversity is called Constant Power Approach (CPA). This criterion can be optimized by using one of the many optimization techniques existing in the literature. In the following we propose an adaptive algorithm to optimize the proposed criterion. It is not our goal in this work to find the best optimization technique but only to provide one technique in order to assess the performance of the proposed CPA.

A. Obtaining \mathbf{W}_{opt}

One can easily associate (14) with a constant modulus (CM) criterion. This criterion has been for long time investigated and some algorithms to optimize it have been proposed in the literature. All these algorithms are based on the following criterion

$$J_{\text{CMA}} = \arg \min_{\mathbf{W}} \sum_n (\mathbf{W}^H \mathbf{x}(n) \mathbf{x}(n)^H \mathbf{W} - 1)^2. \quad (16)$$

By comparing (16) and (14), one can easily identify the covariance matrix \mathcal{R}_t with the instantaneous signal covariance matrix $\mathbf{x}(n) \mathbf{x}(n)^H$. Thus, there is a fundamental difference between both criteria since the CMA assumes that the matrix $\mathbf{x}(n) \mathbf{x}(n)^H$ has rank 1 while the matrix \mathcal{R}_t can have (and usually has) rank greater than one.

Then, the already existing algorithms, such as the CMA [15], the ACMA [16] and the finite-interval constant modulus algorithm [17], can not be directly used to optimize (14). It is our belief that these algorithms could be modified to optimize (14). In this work, however, we propose a novel algorithm to perform this task.

Based on (14), let us define the cost function to be minimized as

$$J = \sum_{t=t_i}^{t_f} (\mathbf{W}_k^H \mathbf{X}_k(t) - 1)^2, \quad (17)$$

where $\mathbf{X}_k(t) = \mathcal{R}_t \mathbf{W}_k$ and k is the iteration index. This criterion can be easily identified as a MSE (mean square error) criterion. The minimization of this criterion can be done iteratively by using the Newton's method [18].

Thus, applying the Newton's method to (17), we obtain that

$$\mathbf{W}_{k+1} = \mathbf{W}_k - \alpha \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{p}_k \quad (18)$$

where the coefficient α is taken less than 1 to avoid the divergence of the algorithm and

$$\mathbf{R}_k = \sum_{t=t_i}^{t_f} \mathbf{X}_k(t) \mathbf{X}_k^H(t) = \sum_{t=t_i}^{t_f} \mathcal{R}_t \mathbf{W}_k \mathbf{W}_k^H \mathcal{R}_t^H \quad (19a)$$

$$\mathbf{p}_k = \sum_{t=t_i}^{t_f} \mathbf{X}_k(t) = \sum_{t=t_i}^{t_f} \mathcal{R}_t \mathbf{W}_k. \quad (19b)$$

By taking (experimentally) $\alpha = \frac{1}{4}$, we obtain the proposed Constant Power Algorithm (CPA):

$$\mathbf{W}_{k+1} = \frac{1}{2} \mathbf{W}_k + \frac{1}{2} \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{p}_k. \quad (20)$$

As we have said at the beginning of this Section, we just present an algorithm to optimize the criterion of (14). The analytical convergence of this algorithm has not been proved. Simulations results however indicate that the algorithm converges. Indeed, the algorithm has never diverged in all the many cases simulated.

IV. SIMULATION RESULTS

We consider the downlink of a 120° sector of a cell of a wireless system. The data is transmitted in blocks and we assume, without loss of generality, that the channel realization is independent from one block to another, i.e., the phases of each path varies from one block to another. The BS is equipped with K antennas and, unless specified otherwise, the inter-element distance is $\frac{\lambda_c}{2}$, where λ_c is the carrier wavelength. The transmit space-time filter is $K \times L$ (see Fig. 1), where L is the number of temporal coefficients in each spatial branch. We assume that the instantaneous DCCMs \mathcal{R}_t are perfectly known at the BS, for all t .

In order to assess the performance of the proposed technique, for each *training* block, a different channel was drawn and the corresponding DCCMs \mathcal{R}_t were used as input for the proposed algorithm, which computes the optimum transmit filter \mathbf{W}_{opt} , see (14). The normalized optimum filter \mathbf{W}_{on} , see (15), was then used to compute the received power P_t at the MU for the *data* blocks. With the assumption that the

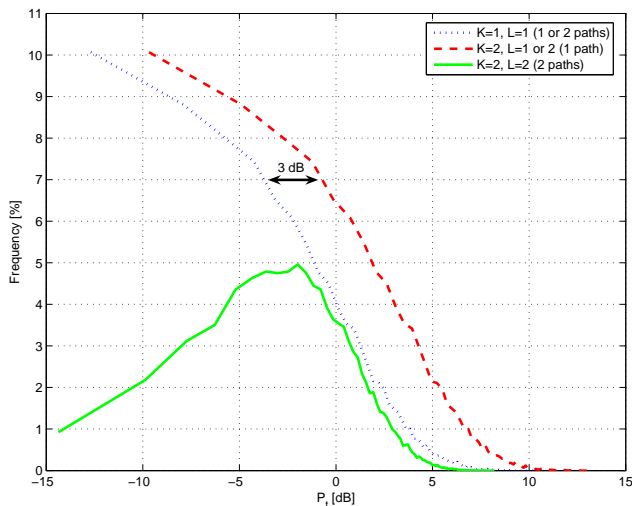


Fig. 2. Histogram of the received power P_t at the MU antenna.

temporal equalizer of the MU can recover all the symbol energy, the BER (bit error rate) at its output depends only on the received power P_t and not on the particular equivalent temporal channel. For each block, the theoretical BER for a QPSK modulation was calculated based on the corresponding P_t and the white gaussian noise variance σ^2 at the MU antenna.

We have simulated two different channels, a single path channel and a 2 path channel, in order to highlight the diversity gain provided by the proposed technique. In the 2 paths case, both paths have the same delay but arrives at the receiver from two distinct DOAs (direction of arrival). Moreover, both paths have the same average power of 0.5.

Fig. 2 shows the histogram of the received powers P_t for an SNR of 20 dB. It can be seen that for the 1 path channel, the only improvement between $K=1$ and $K=2$ is the 3 dB array gain, i.e., only a shift to the right in the histogram (see the dotted and the dashed curves). In contrast, for the 2 paths channel, the proposed technique with $K=2$ and $L=2$ can benefit from the channel's diversity order of 2, which can be seen by the fact that the received power is more concentrated around its (lower) average value.

Fig. 3 shows the outage probability at SNR of 20 dB, which is the probability that the BER is above a given target BER, i.e., no reliable communication is possible. From Fig. 3, one can see that, for the single path case, there is only a scale factor between the $K=1$ and $K=2$, which reflects the 3 dB array gain. However, for the 2 paths channel, the curve for $K=2$ and $L=2$ (solid curve) shows that the probability of higher BERs is reduced and the BER is more concentrated at lower values, when compared to the single antenna case (dotted curve). The outage probability at 10^{-2} are 5.122 % for $K=1$, 2.671 % for $K=2$ (one path) and 0.537 % for $K=2$ and $L=2$ (two paths). The proposed technique presents an outage probability which is more than 9 times lower than the single antenna and almost 5 times lower than the two antennas and one path channel case, which means a significant improvement in system capacity.

In order to gain insight into the proposed technique, we have simulated the 2 paths channel, with DOAs of 0° and 90° , for 2 antennas ($K=2$) and 2 temporal coefficients ($L=2$).

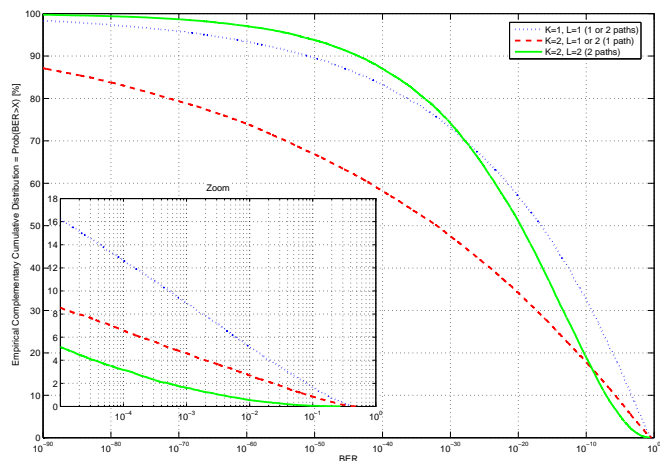


Fig. 3. Outage probability at SNR=20 dB.

Fig. 4 shows the radiation pattern of each spatial slice ($\tau = 0$ and $\tau = 1$). It is clear that each pattern points towards one of the channel's path. Due to the delay introduced by the filter, each path will carry a different symbol. Since the symbols of different instants are independent, at the receiver's temporal equalizer, both paths will be summed in power and a diversity gain will be obtained.

In the sequel, we compare the proposed technique (CPA) with the more classical techniques of pure beamforming [19], denoted BF, and the Alamouti scheme [7]. This comparison is carried out in an indoor environment for 3×10^4 blocks. The simulated indoor channel consists of a great number of multipaths with DOA uniformly distributed around the MU antenna. All multipaths have the same propagation delay and thus they arrive at the same instant at the MU antenna. The outage probability of the three techniques (when applicable) at 10^{-2} is showed in Tab. I for different numbers of antennas (K) and temporal coefficients (L). It can be seen that the CPA technique have the same performance as the Alamouti scheme and pure beamforming, but is more flexible than both techniques since the CPA can be applied with any number of antennas and temporal coefficients. Moreover, the CPA technique can be applied regardless of the correlation between the antennas.

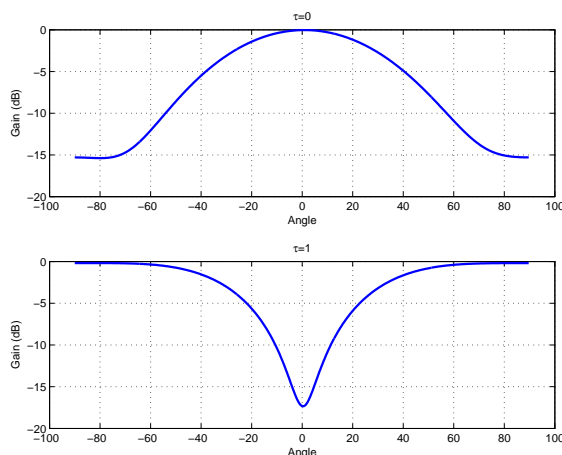


Fig. 4. Radiation patterns for each delay of the transmit filter \mathbf{W} .

TABLE I
 PERFORMANCE COMPARISON FOR AN INDOOR CHANNEL

K	L	Outage Probability [%] @ BER=10 ⁻²		
		CPA	BF	Alamouti
1	1	5.142	5.142	–
1	2	5.142	–	–
2	1	3.999	4.058	–
2	2	0.602	–	0.595

In order to show the flexibility of the proposed technique, we have simulated the frequency-selective fading channel of [20]. The inter-element distance was set to 1.5λ and the SNR to 14 dB. In this case the Alamouti scheme can not be used due to the temporal spread of the channel. Tab. II shows the outage probability at 10^{-2} for the CPA and BF and for different number of antennas (K) and temporal coefficients (L). It is clear that the CPA with only one temporal coefficient ($L=1$) is equivalent to pure beamforming and that the inclusion of more temporal coefficients leads to better performances. Significantly better performances are obtained in the case of 3 antennas since the channel model represents a very rich scattering environment, which has a high diversity order. Thus, to profit from this high diversity order, it is necessary to better focus on the individual multipaths. It is worth noting that using the CPA with $K=3$ and $L=3$ represents a gain of 6 times in the outage probability with respect to BF with $K=3$.

V. CONCLUSION

We have proposed a technique called the Constant Power Approach (CPA) that exploits the multiple antennas at the base station to make the received power at the mobile user receiver as constant as possible. This scheme is based on a criterion of the type CM (Constant Modulus). Moreover, we have derived an adaptive algorithm to optimize this criterion. The analytical proof of convergence of this algorithm is however yet an open issue to be investigated. The use of other CM algorithms can also be envisaged.

The simulation results show that the CPA technique presents the same performance as the Alamouti scheme and pure beamforming in equivalent scenarios. The CPA is however more flexible than both techniques since it can be applied with any number of antennas and temporal coefficients. Moreover, the proposed technique can perform jointly beamforming and transmit diversity, which is a very suitable feature for increasing capacity and improving quality in multiuser wireless communication. The Alamouti scheme, on the other hand, creates a higher level of interference by transmitting in an omnidirectional manner.

REFERENCES

- [1] W. C. Jakes, *Microwave Mobile Communications*. New York: IEEE Press, 1974.
- [2] M. D. Yacoub, *Foundations of mobile radio engineering*. Boca Raton: CRC Press, 1993.
- [3] R. T. Derryberry, S. D. Gray, D. M. Ionescu, G. Mandyam, and B. Raghoehtaman, "Transmit diversity in 3G CDMA systems," *IEEE Communications Magazine*, vol. 40, no. 4, pp. 68–75, April 2002.

 TABLE II
 PERFORMANCE RESULTS FOR A FREQUENCY-SELECTIVE FADING CHANNEL

	Outage Probability [%] @ BER=10 ⁻²			
	BF	CPA		
	L=1	L=1	L=2	L=3
K=1	2.742	2.742	2.735	2.728
K=2	0.808	0.818	0.815	0.362
K=3	0.665	0.718	0.509	0.109

- [4] N. Seshadri and J. H. Winters, "Two signaling schemes for improving the error performance of frequency-division-duplex (FDD) transmissions systems using transmitter antenna diversity," in *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference*, Secaucus, USA, May 1993, pp. 508–511.
- [5] —, "Two Signaling Schemes for Improving the Error Performance of Frequency-Division-Duplex (FDD) Transmission Systems Using Transmitted Antenna Diversity," *International Journal of Wireless Information Networks*, vol. 1, no. 1, pp. 24–47, January 1994.
- [6] V. Tarokh, N. Seshadri, and A. R. Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communications: performance criterion and code construction," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 44, no. 2, pp. 744–765, March 1998.
- [7] S. M. Alamouti, "A simple transmit diversity technique for wireless communications," *IEEE Journal on Select Areas in Communications*, vol. 16, no. 08, pp. 1451–1458, October 1998.
- [8] D. Gerlach and A. Paulraj, "Adaptive transmitting antenna arrays with feedback," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 1, no. 10, pp. 150–152, October 1994.
- [9] B. Raghoehtaman, R. T. Derryberry, and G. Mandyam, "Transmit adaptive array without user-specific pilot for 3G CDMA," in *Proc. IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP'00)*, vol. 5, Istanbul, Turkey, June 2000, pp. 3009–3012.
- [10] T. Asté, P. Forster, L. Féty, and S. Mayrargue, "Downlink Beamforming Avoiding DOA Estimation for Cellular Mobile Communications," in *Proc. IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP'98)*, Seattle, USA, May 1998.
- [11] T. Asté, L. Féty, P. Forster, and S. Mayrargue, "Downlink Beamforming for Cellular Mobile Communications (GSM system)," *Annales des Télécommunications*, vol. 53, no. 11-12, pp. 435–448, December 1998.
- [12] F. Rashid-Farrokhi, K. J. R. Liu, and L. Tassiulas, "Transmit Beamforming and Power Control for Cellular Wireless Systems," *IEEE Journal on Sel. Areas in Communications*, vol. 16, no. 8, pp. 1437–1450, October 1998.
- [13] D. Zanatta Filho and L. Féty, "A Fast Algorithm for Joint Downlink Beamforming and Power Control in UMTS Systems," in *Proc. IEEE International Telecommunications Symposium (ITS'2002)*, Natal, Brazil, September 2002.
- [14] M. Schubert and H. Boche, "Solution of the Multiuser Downlink Beamforming Problem With Individual SINR Constraints," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 53, no. 1, pp. 18–28, January 2004.
- [15] D. N. Godard, "Self-recovering equalization and carrier tracking in two-dimensional data communication systems," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 28, no. 11, pp. 1867–1875, November 1980.
- [16] A. van der Veen, *Signal Processing Advances in Wireless and Mobile Communications*. Prentice Hall, 2000, ch. 5 - Algebraic Constant Modulus Algorithms.
- [17] P. A. Regalia, "A finite-interval constant modulus algorithm," in *Proc. International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP'2002)*, vol. III, Orlando, USA, May 2002, pp. 2285–2288.
- [18] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, 3rd ed. Prentice Hall, 1996.
- [19] L. C. Godara, "Applications of Antenna Arrays to Mobile Communications, Part II: Beam-Forming and Direction-Of-Arrival Considerations," *Proceedings of the IEEE*, vol. 85, no. 8, pp. 1195–1245, August 1997.
- [20] P. Pajusco, "Experimental Characterization of D.O.A. at the Base Station in Rural and Urban Area," in *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference (VTC'98)*, vol. 2, Ottawa, Canada, May 1998, pp. 993–997.

Joint Transmit Diversity and Downlink Beamforming by using a Minimum BER Criterion

Danilo Zanatta Filho and Luc Féty

Abstract—In this work, we propose a novel criterion to find the optimum precoder for joint transmit diversity and downlink beamforming. This precoder is an extension of the purely spatial downlink beamforming and can be seen as a transformation that transforms K real antennas into L virtual antennas, with $L \leq K$. The proposed criterion is based on the minimization of the received BER and extends the previous technique [1] (Eigen-Beamforming) to any type of channel distribution, not only Rayleigh. Simulation results show that the proposed technique is equivalent to Eigen-Beamforming for Rayleigh channel, but outperforms the latter for Rician channels, providing substantial improvement. This makes the proposed technique an attractive solution for the general application, where the channel type is not known *a priori*.

Index Terms—Minimum BER, smart antennas, multiple antennas, MIMO, downlink beamforming, precoder, transmit diversity, channel correlation, antenna correlation, STBC.

I. INTRODUCTION

The evolution of the wireless communication systems towards 3GB (3rd Generation and beyond) is propelled by Internet access and increasing demand for data-based services. Most of these services, such as internet surfing, are downlink-intensive, in opposition to voice services, which demand the same data rate in both directions. These factors lead to an increasing demand for higher data rates in the downlink, which can only be achieved by a better link quality. This better link quality reflects in a lower Bit Error Rate (BER) at the physical layer and in a greater system capacity.

This work investigates the use of multiple antennas at the Base Station (BS) and a single antenna at the Mobile User (MU) and concerns downlink transmission. Exploiting the multiple antennas at the BS, which has much more resources than the MU, keeps the MU receiver simple and it can yet take profit from the multiple-antenna performance gain. In this context, the multiple transmit antennas at the BS can be used either to perform downlink beamforming or to achieve transmit diversity.

In the classical Transmit Diversity (TD) scheme, the antennas are assumed to be uncorrelated and no channel information is required at the BS [2]–[5]. Maybe the most known technique for TD is Space-Time Block Codes (STBC) [4], with the Alamouti scheme [2] being the most popular one. The TD schemes exploit the channel diversity to mitigate the fading

and achieve lower BER. However, they radiate the transmit power in a omnidirectional way, wasting power.

On the other hand, there is the classical Downlink Beamforming (DB) scheme [6], which uses a purely spatial filter. In this scheme, the antennas are assumed to be strongly correlated and some kind of channel information is available at the BS, e.g., Direction Of Arrival (DOA) or Channel Covariance Matrix (CCM). The primary aim of DB is to maximize the received power at the MU for a given transmit power at the BS. This approach however is not well suited for flat-fading channels since the composite channel seen by the MU remains flat. Even if the channel has more than one path, these paths have the same propagation delay and are seen by the MU as a single composite path. So, even if there is a power gain due to beamforming (array gain), the MU does not take profit from the channel space diversity to mitigate the fading effect and further lower the BER.

The performance of TD systems can be further enhanced when perfect or partial Channel State Information (CSI) is available at the transmitter [7]. In [8], the problem of power allocation among different antennas in a TD scheme is addressed, in opposition to equal power transmission. It is shown that, if the transmitter knows the power of each diversity branch linking one transmit antenna and the mobile receiver, then optimized power allocation can be realized in order to minimize the BER of a BPSK differential-encoded signal over a Rayleigh channel, for a given transmit power. The author shows that, when the branch powers have a great dispersion, in the low-SNR regime, allocating power to the antennas corresponding to weak branches leads to a waste of transmit power and no diversity gain. On the other hand, in the high-SNR regime, these weak branches can contribute to the system diversity. So, allocating power to the corresponding antennas provides a significant performance enhancement, in terms of BER. Moreover, it is shown in [8], that the problem of correlated antennas can be solved by whitening the channel. This is done by means of a precoder that converts the *real antennas* into *virtual antennas*, which are uncorrelated but present different gains. Then, the optimum power allocation is carried out on the virtual antennas in the same way as before. In order to compute the precoder, the Downlink Channel Covariance Matrix (DCCM) must be known at the BS.

The work of [1] extends [8] by using the DCCM information to optimize the TD precoder to minimize the Symbol Error Rate (SER) for any modulation. The authors show that the optimum solution in this case is to use the eigenvectors of the DCCM as a precoder. These eigenvectors are furthermore scaled according to a spatial water-filling principle, similar to [8]. This optimum solution, called Eigen-Beamforming, minimizes the SER for the Rayleigh flat-fading channel case.

Danilo Zanatta Filho is with the Signal Processing Laboratory for Communications (DSPCom), State University of Campinas (UNICAMP), Campinas-SP, Brazil and with the Laboratory of Electronics and Communications, Conservatoire National des Arts et Métiers (CNAM), Paris, France. email: daniloz@decom.fee.unicamp.br

Luc Féty is with the Laboratory of Electronics and Communications, Conservatoire National des Arts et Métiers (CNAM), Paris, France. email: fetyc@cnam.fr

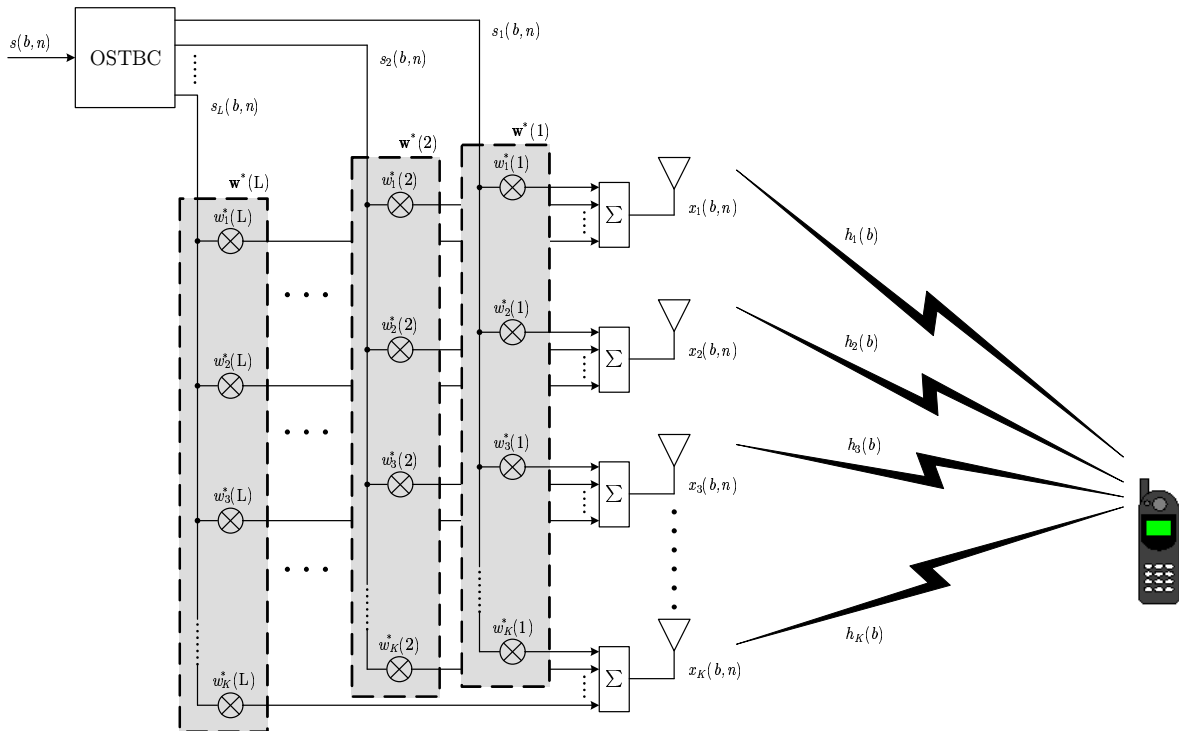


Fig. 1: Proposed scheme: transmit precoder ω applied to the multiple antennas and OSTBC.

Moreover, in [1], STBC was coupled with the proposed precoder in order to exploit the channel diversity.

Although the solution of [1] is optimal for Rayleigh flat-fading channels, the mathematical formulation that leads to the derivation of this optimum solution is heavily based on this assumption. So, in this work, we formulate a more general criterion to design optimal transmitter precoders for any type of channel (e.g., Rayleigh, Rician, Nakagami [9]). Our aim is to directly minimize the received BER for a given transmit power.

The rest of this paper is organized as follows. In the next section, we describe the system model used in this work. The proposed criterion of minimum BER and an iterative algorithm to find the optimum solution is presented in Section III. Section IV compares the performance of the proposed technique to other techniques presented in the literature. Conclusions are drawn in Section V.

The following notations are used throughout the paper. Bold lower letters denote column vectors, bold upper letters denote matrices; $(\cdot)^T$, $(\cdot)^H$ and $(\cdot)^*$ denote transpose, conjugate transpose, and conjugate, respectively. $\|\mathbf{x}\|$ is the 2-norm of vector \mathbf{x} , defined as $\|\mathbf{x}\| = \sqrt{\mathbf{x}^H \mathbf{x}}$, and $E\{\cdot\}$ denotes mathematical expectation.

II. SYSTEM MODEL

We consider the downlink of one cell of a wireless communication system, where the BS is equipped with K antennas and the MU has only one antenna. We only consider the transmission towards one user, assuming that the multiple access technique used ensures that there is no interference between users, i.e., co-channel interference.

The transmit processing is done by means of a precoder, as depicted in Fig. 1. This precoder is an extension of the purely spatial downlink beamforming and can be seen as a transformation that transforms the K real antennas into L virtual antennas, where $L \leq K$. Transmit diversity is thus applied to these virtual antennas. Each precoder layer $\mathbf{w}(l)$ beamforms the signal $s_l(b, n)$ and scales its power. The OSTBC block in Fig. 1 corresponds to the coding of the transmitted signal by an Orthogonal STBC (OSTBC). We assume also that the signal is transmitted in blocks of length N_b , so that the channel variation during one block of data is negligible. However, the channel changes from one block b to another, characterizing a *block-fading channel*. Moreover, we assume that the channel is flat and that the DCCM is known at the BS.

The signal at the k -th antenna output for block b is given by

$$x_k(b, n) = \sum_{l=1}^L w_k^*(l) s_l(b, n), \quad (1)$$

where $s_l(b, n)$ are the coded symbols after the OSTBC and $w_k(l)$ are the coefficients of the precoder related to the real antenna k and virtual antenna l . We assume that within a block, the time index n varies from 0 to $N_b - 1$.

At a given block b , the received signal $y(b, n)$ at the MU antenna can be expressed as

$$y(b, n) = \sum_{k=1}^K h_k(b) x_k(b, n) + \nu(b, n) \quad (2)$$

where $h_k(b)$ are the coefficients of the flat channel that links the transmit antenna k and the receiver antenna, and $\nu(b, n)$ is the additive gaussian noise sample at the MU antenna.

By inserting (1) into (2), we can write that

$$y(b, n) = \sum_{l=1}^L \left(\sum_{k=1}^K w_k^*(l) h_k(b) \right) s_l(b, n) + \nu(b, n). \quad (3)$$

By defining the l -th precoder layer $\mathbf{w}(l) = [w_1(l) \ w_2(l) \ \dots \ w_K(l)]^T$, which maps the l -th virtual antenna into the K real antennas (see Fig. 1), and the spatial channel vector $\mathbf{h}(b) = [h_1(b) \ h_2(b) \ \dots \ h_K(b)]^T$, which links the multiple antennas at the BS and the MU's antenna, we can rewrite the summation over k in (3) as a dot product to get

$$y(b, n) = \sum_{l=1}^L \mathbf{w}(l)^H \mathbf{h}(b) s_l(b, n) + \nu(b, n). \quad (4)$$

We now define the signal $s_l(b, n)$ filtered by the spatial channel $\mathbf{h}(b)$ as $\tilde{s}_l(b, n) \triangleq \mathbf{h}(b) s_l(b, n)$. By stacking the precoder layers $\mathbf{w}(l)$ and the vectors $\tilde{s}_l(b, n)$ for $l = 1, \dots, L$ in the vectors $\boldsymbol{\omega}$ and $\tilde{\mathbf{S}}(b, n)$, respectively, we can rewrite (4) as

$$y(b, n) = \boldsymbol{\omega}^H \tilde{\mathbf{S}}(b, n) + \nu(b, n), \quad (5)$$

where $\boldsymbol{\omega} = [\mathbf{w}(1)^T \ \mathbf{w}(2)^T \ \dots \ \mathbf{w}(L)^T]^T$ represents the precoder in vector form and $\tilde{\mathbf{S}}(b, n) = [\tilde{s}_1(b, n)^T \ \tilde{s}_2(b, n)^T \ \dots \ \tilde{s}_L(b, n)^T]^T$. The precoder is assumed to be normalized, i.e., $\|\boldsymbol{\omega}\| = 1$.

The vector $\tilde{\mathbf{S}}(b, n)$ can be related to the coded symbols $s_l(b, n)$ by the channel convolution matrix $\mathcal{H}(b)$ as

$$\tilde{\mathbf{S}}(b, n) = \mathcal{H}(b) \mathbf{s}(b, n), \quad (6)$$

where $\mathbf{s}(b, n) = [s_1(b, n) \ s_2(b, n) \ \dots \ s_L(b, n)]^T$ is the coded signal vector and the $KL \times L$ channel convolution matrix is given by

$$\mathcal{H}(b) = \begin{bmatrix} \mathbf{h}(b) & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{h}(b) & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{h}(b) \end{bmatrix}, \quad (7)$$

where $\mathbf{0}$ is a column vector composed by K zeros.

We can thus rewrite the received signal at the MU $y(b, n)$ as

$$y(b, n) = \underbrace{\boldsymbol{\omega}^H \mathcal{H}(b) \mathbf{s}(b, n)}_{y_u(b, n)} + \nu(b, n), \quad (8)$$

It is worth recalling that for each block b the channel presents a different condition, i.e., it can be in a deep fade or in a good condition. This condition affects the received signal power and the SNR at the MU.

The useful received power by the MU during block b is given by

$$\begin{aligned} P(b) &= \mathbb{E} \left\{ \left| y_u(b, n) \right|^2 \right\} \\ &= \boldsymbol{\omega}^H \mathcal{H}(b) \mathbb{E} \left\{ \mathbf{s}(b, n) \mathbf{s}^H(b, n) \right\} \mathcal{H}(b)^H \boldsymbol{\omega}. \end{aligned} \quad (9)$$

Assuming that the ‘‘uncoded’’ symbols $s(b, n)$ are i.i.d. with power P_{TX} and using the fact that an OSTBC is used, which is an orthogonal code, we obtain that the ‘‘coded’’ symbols are also i.i.d. with the same power P_{TX} . Thus, we have that $\mathbb{E} \left\{ \mathbf{s}(b, n) \mathbf{s}^H(b, n) \right\} = P_{\text{TX}} \mathbf{I}$ and (9) becomes

$$P(b) = P_{\text{TX}} \boldsymbol{\omega}^H \mathcal{R}(b) \boldsymbol{\omega}, \quad (10)$$

where $\mathcal{R}(b) = \mathcal{H}(b) \mathcal{H}(b)^H$ is the instantaneous DCCM for block b . Further assuming that the noise power is σ_v^2 we obtain the SNR for block b as

$$\gamma_b = P_{\text{TX}} \frac{\boldsymbol{\omega}^H \mathcal{R}(b) \boldsymbol{\omega}}{\sigma_v^2}. \quad (11)$$

Assuming the use of a linear modulation, the BER for block b can be approximated [10], at relatively high SNR, by

$$\text{BER}(b) \approx \frac{\bar{N}_e}{N} Q \left(\sqrt{\frac{d_{\min}^2}{2} \gamma_b} \right), \quad (12)$$

where N is the number of bits per symbol, d_{\min} is the minimum distance between 2 points for a unitary power constellation, \bar{N}_e is the mean number of neighbors at minimum distance and the Q -function is given by

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt.$$

III. MINIMUM BER CRITERION

As mentioned before, downlink beamforming and transmit diversity are both beneficial to the link quality, in terms of reducing the BER for a given transmit power. However, they have opposite premises and can not be easily joined. In this aim, we propose a design criterion to optimize the precoder $\boldsymbol{\omega}$ to directly minimize the BER of the received signal at the MU, for a given transmit power at the BS. This can be seen as an extension of the purely spatial beamforming, which aims to minimize the BER by maximizing the SNR of the received signal. We will show that this optimum precoder leads to significantly better performances than the OSTBC applied directly to the real antennas.

From the BER expression in (12), we can write the proposed criterion as

$$\min \text{BER} \triangleq \mathbb{E} \left\{ \frac{\bar{N}_e}{N} Q \left(\sqrt{N_s \gamma_b} \right) \right\}, \quad (13)$$

$$\text{s.t.} \quad \boldsymbol{\omega}^H \boldsymbol{\omega} = 1$$

where, for the sake of legibility, we have defined $N_s = \frac{d_{\min}^2}{2}$.

In order to find the optimum point of the criterion (13), we propose to use an iterative algorithm based on the gradient (or steepest descent) method [11]. The constraint will be treated by applying the gradient method to the unconstrained function and, after each iteration, projecting the unconstrained solution into the constrain set so that it satisfies the constraint. This method is well suited for the type of constraint that we have here, i.e., equally constrain of a simple form.

Let us define $f(\gamma_b)$ as the derivative of $Q(\sqrt{N_s \gamma_b})$ with respect to γ_b , given by

$$\frac{dQ(\sqrt{N_s \gamma_b})}{d\gamma_b} = -\frac{N_s}{2\sqrt{2\pi N_s \gamma_b}} \exp\left(-\frac{N_s \gamma_b}{2}\right) \triangleq -f(\gamma_b). \quad (14)$$

The gradient of the unconstrained cost function $J = E \left\{ \frac{N_e}{N} Q \left(\sqrt{N_s \gamma_b} \right) \right\}$ with respect to ω is given by

$$\begin{aligned} \nabla J_{\omega} &= \frac{N_e}{N} \frac{dQ(\sqrt{N_s \gamma_b})}{d\gamma_b} \frac{d\gamma_b}{d\omega} \\ &= -2 \frac{P_{\text{TX}}}{\sigma_v^2} \frac{N_e}{N} E \left\{ f(\gamma_b) \mathcal{R}(b) \right\} \omega, \end{aligned} \quad (15)$$

where γ_b is given by (11).

By introducing the iteration index k and by defining $\mathbf{R}_k = E \left\{ f(\gamma_b) \mathcal{R}(b) \right\}$, we can write the normalized gradient update as

$$\begin{aligned} \omega_{k+1} &= \omega_k - \mu' \frac{\nabla J_{\omega}}{\|\nabla J_{\omega}\|} \\ &= \omega_k + \mu' \frac{\mathbf{R}_k \omega_k}{\|\mathbf{R}_k \omega_k\|}, \end{aligned} \quad (16)$$

where μ' is the adaptation coefficient. This update is followed by the normalization of ω_{k+1}

$$\omega_{k+1} = \frac{\omega_{k+1}}{\|\omega_{k+1}\|}. \quad (17)$$

Equations (16) and (17) compose the core of the proposed algorithm. We highlight that, at the update step (16), ω_k was normalized, and ω_{k+1} will be normalized at the end of the current iteration. Hence, the update term $\frac{\mathbf{R}_k \omega_k}{\|\mathbf{R}_k \omega_k\|}$ has only the function of changing the direction of the precoder vector ω_k but not its norm.

It is worth mentioning that \mathbf{R}_k depends on ω_k , since $f(\gamma_b)$ depends on ω_k , but it is considered to be constant to perform one iteration of the algorithm and then its value is updated to match the new transmit filter ω_{k+1} . So, we do not want to change too much ω_k in order to slowly converge to the optimum solution. Thus, we propose to combine the old precoder ω_k with the update term $\frac{\mathbf{R}_k \omega_k}{\|\mathbf{R}_k \omega_k\|}$ in order to obtain the new precoder ω_{k+1} . We obtain thus the following update equation for ω_k

$$\omega_{k+1} = (1 - \mu) \omega_k + \mu \frac{\mathbf{R}_k \omega_k}{\|\mathbf{R}_k \omega_k\|}, \quad (18)$$

where μ is the adaptation coefficient.

The proposed algorithm, called mBER-TD-DB (minimum BER for Transmit Diversity and Downlink Beamforming), is summarized in Table I, where the expectation was replaced by a temporal estimation over B blocks. The initialization given by (19) corresponds to directly wiring each virtual antenna to the corresponding real antenna. This initialization was chosen since it represents a neutral situation, where the precoder ω doesn't affect the transmission.

For the simulations considered in this paper, we have empirically determined that $\mu = 0.25$ was a good choice for a fast convergence. Higher values of μ are undesirable because \mathbf{R}_k depends on ω_k and thus if we change too much the actual solution, it can drastically change the matrix \mathbf{R}_k causing the non-convergence of the algorithm. On the other side, lower values will only slow down the convergence.

The analytical proof of convergence of the proposed algorithm is a complex task and have not yet been done, but we

TABLE I: mBER-TD-DB Algorithm

1) Initialization	$\omega = \sqrt{\frac{1}{L}} \left[1 \underbrace{0 \dots 0}_{M \text{ zeros}} 1 \underbrace{0 \dots 0}_{M \text{ zeros}} 1 \dots \right]^T$	(19)
2) Compute $f(\gamma_b)$ and \mathbf{R}_k	$\gamma_b = P_{\text{TX}} \frac{\omega_k^H \mathbf{R}(b) \omega_k}{\sigma_v^2}, \quad f(\gamma_b) = \frac{N_s}{2\sqrt{2\pi N_s \gamma_b}} \exp\left(-\frac{N_s \gamma_b}{2}\right) \quad \forall b$	
	$\mathbf{R}_k = \frac{1}{B} \sum_{b=0}^{B-1} f(\gamma_b) \mathcal{R}(b)$	
3) Update ω_k	$\omega_{k+1} = (1 - \mu) \omega_k + \mu \frac{\mathbf{R}_k \omega_k}{\ \mathbf{R}_k \omega_k\ }$	
4) Normalization of ω_{k+1}	$\omega_{k+1} = \frac{\omega_{k+1}}{\ \omega_{k+1}\ }$	
5) Go to 2 until convergence		

have not observed one single case of divergence among all the simulations performed.

IV. SIMULATION RESULTS

We consider the downlink of one cell of a wireless system. The data is transmitted in blocks of length N_b and we assume, without loss of generality, that the channel realization is independent from one block to another, i.e., path coefficients vary from one block to another independently. The BS is equipped with a linear array of $K = 4$ antennas and the inter-element distance is $\frac{\lambda_c}{2}$, where λ_c is the carrier wavelength. The transmit precoder is $K \times L$ (see Fig. 1) and we have considered $L = 2$ virtual antennas. The Alamouti scheme [2] is used as OSTBC. Furthermore, we assume that the instantaneous DCCMs $\mathcal{R}(b)$ for all blocks are perfectly known at the BS.

In order to assess the performance of the proposed technique, we have simulated $N_t = 3 \times 10^4$ training blocks and $N_d = 10^5$ data blocks. For each block, a different channel realization was drawn according to the used channel model. The corresponding DCCMs $\mathcal{R}(b)$ of the training blocks were used as input for the proposed algorithm, which computes the optimum precoder ω_{opt} , see Table I where we have $B = N_t$. The transmit power P_{TX} was normalized with respect to the receiver noise variance σ_v^2 , so that 0 dB corresponds to $P_{\text{TX}} = \sigma_v^2$ (note that this normalization is equivalent to say that 0 dB corresponds to the transmit power necessary, when using an omnidirectional antenna at the BS, to have a SNR of 0 dB at the MU). The optimum precoder is then used to evaluate the raw BER of a 4-QAM modulation¹ at the MU for the subsequent data blocks, using (12).

In the following, we compare the performance of the proposed mBER-TD-DB, the 2D Eigen-Beamforming technique of [1], Downlink Beamforming (DB) [6] and the Alamouti scheme [2]. The Alamouti results were obtained by using the extreme real antennas to maximize the inter-antenna distance and minimize the correlation between them. We will present

¹For a 4-QAM modulation [10], we have $N_s = \frac{d_{\text{min}}^2}{2} = 1$ and $\frac{N_e}{N} = 1$.

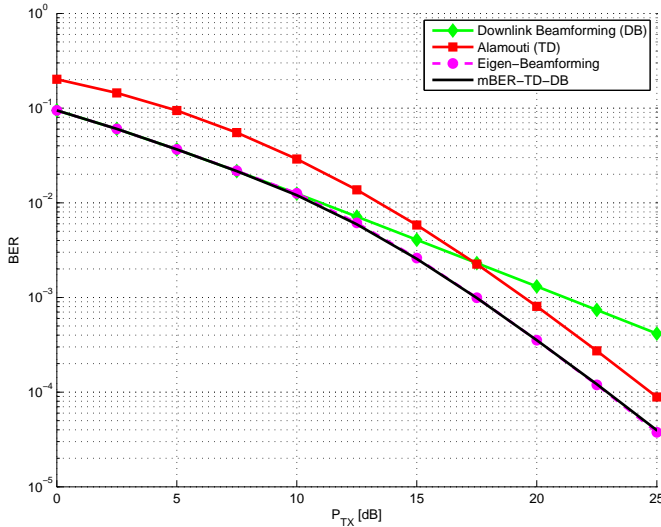


Fig. 2: Performance for $\Delta = 5^\circ$ NLOS channels and 4-QAM modulation as a function of the transmit power P_{TX} .

simulations for a flat non-line-of-sight (NLOS) scenario, which corresponds to a Rayleigh channel, and for a flat line-of-sight (LOS) scenario, corresponding to a Rician channel.

A. NLOS scenario

The NLOS scenario is the same as the one simulated in [1] and corresponds to a flat-fading Rayleigh channel, i.e., all the channel coefficients are Rayleigh distributed. This channel was defined in [12] and has only one path perpendicular to the multiple-transmit antennas ("broadside" as in [12]) with an angle spread of Δ . The mean DCCM can be obtained in closed form as in [1, eq. (57)]. We have used this mean DCCM to obtain the instantaneous DCCM for each block b by considering the instantaneous channel generated as described in [12, eq. (7)]. We have considered an angle spread of 5° .

Fig. 2 shows the BER for all simulated techniques as a function of the transmit power P_{TX} . We can see that the proposed mBER-TD-DB has the same performance as the optimum Eigen-Beamforming and they outperform the other two techniques. The mBER-TD-DB follows the DB up to 10 dB since the other diversity branches are too weak and their use would only waste power. After 10 dB, the mBER-TD-DB begins to use the second diversity branch to exploit the channel diversity. This makes the BER curve to change its slope due to diversity. At high P_{TX} regime (equivalent to high SNR regime), the mBER-TD-DB attains the same slope as the Alamouti scheme, but with a gain in transmit power of about 1.75 dB in this scenario.

The evolution of the BER during the convergence of the mBER-TD-DB algorithm is shown in Fig. 3, for a transmit power of 20 dB. It can be seen that the algorithm presents a fast convergence, typically between 10 and 20 iterations.

The radiation patterns for each precoder layer for the mBER-TD-DB for a transmit power of 5 dB and 20 dB are shown in Fig. 4. For $P_{TX} = 5$ dB, we see that the first layer ($l = 1$) radiates in the direction of the user, i.e., in the 5° cone around 0° , while the second layer ($l = 2$) is switched-off. This is exactly the DB solution, since there is only one

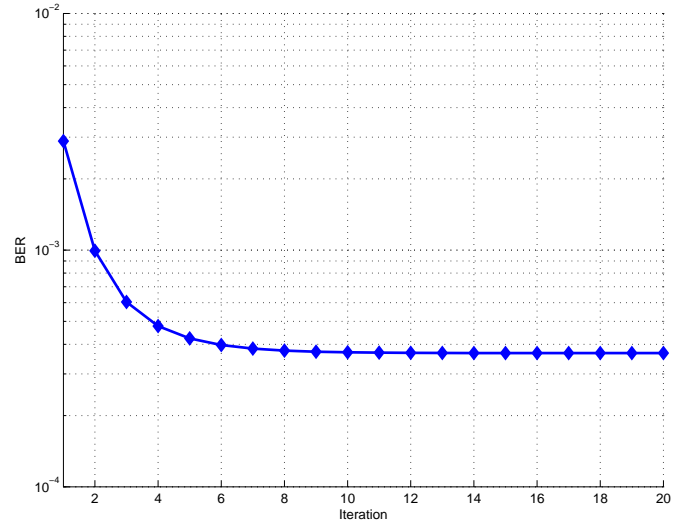


Fig. 3: Convergence of the mBER-TD-DB algorithm for $P_{TX}=20$ dB.

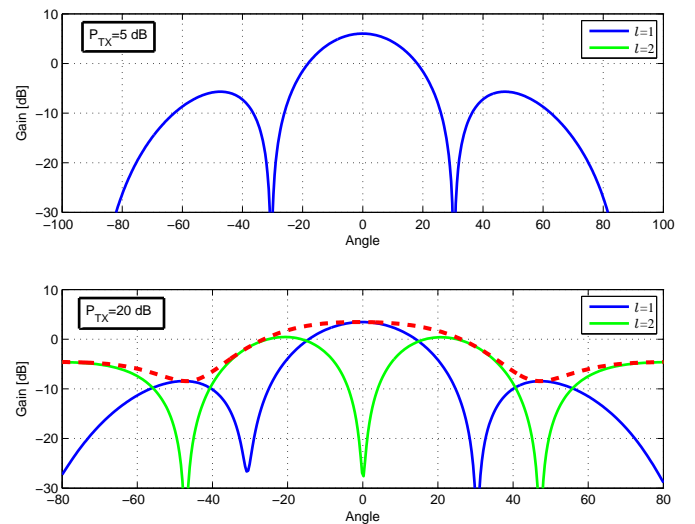


Fig. 4: Radiation pattern of the precoder layers for mBER-TD-DB for a transmit power of 5 dB and 20 dB in the NLOS scenario.

significant diversity branch at such small transmit power. On the other hand, for $P_{TX} = 20$ dB, the first layer continues to radiate mostly in the direction of 0° , while the second layer radiates avoiding this region, in order to create a second diversity branch uncorrelated to the first one. The dashed curve shows the total radiated power from the two branches, which becomes less directive. The total radiated power tends to be asymptotically omni-directional for high SNR, since the array gain becomes negligible when compared to the diversity gain.

We have shown that the proposed mBER-TD-DB is able to jointly achieve TD and perform DB, performing as well as the, also optimum, Eigen-Beamforming in a NLOS Rayleigh scenario. In the sequel, we will show that mBER-TD-DB outperforms Eigen-Beamforming in other scenarios, being an attractive solution for the general application.

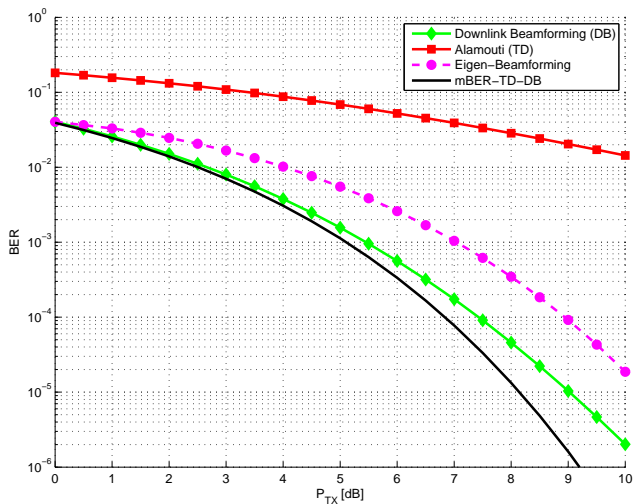


Fig. 5: Performance for 2-path LOS channel and 4-QAM modulation as a function of the transmit power P_{TX} .

B. LOS scenario

The LOS scenario corresponds to a flat-fading channel as in the NLOS case. However, it presents a direct path (or LOS path) which is Rice distributed, while all the other paths are Rayleigh distributed. We have considered a 2-path channel, with a LOS path and a Rayleigh path that have the same relative delay. The LOS path has a Rician factor $K_{\text{Rice}} = 20$ dB and is 6 dB stronger than the Rayleigh path. The DOA of the LOS path is 0° while the Rayleigh path has a DOA of 40° .

Fig. 5 shows the BER for all simulated techniques as a function of the transmit power P_{TX} . We see that the proposed mBER-TD-DB outperforms all other techniques, including the Eigen-Beamforming, which is no longer optimal in this scenario due to Rician fading. Even DB performs better than Eigen-Beamforming, since it concentrates the transmitted power in the strongest path (which is Rician), mitigating the fading created by the second path. The Eigen-Beamforming, however, tries to mitigate the fading as if the paths were Rayleigh distributed. So it tries to combine both paths to generate a milder fading path. But, by doing so, it only brings fading to the Rician path, which is practically a constant modulus path. This can be seen in the radiation patterns on the bottom of Fig. 6, where the dashed lines represent each path of the channel. The upper part of the figure shows the radiation patterns for the proposed mBER-TD-DB, which presents the expected behavior in order to reduce the BER. The first layer radiates almost only in the direction of the Rician (and strongest) path, resulting in a robust Rician channel, while the second layer can be neglected since it is 25 dB below the first one. Hence, in this scenario, the use of only one layer would be optimal. However, the optimum purely spatial filter would not be the DB solution, but the proposed one.

V. CONCLUSION

We have showed that the proposed technique is equivalent to Eigen-Beamforming [1] for Rayleigh channels. However, in all other scenarios such as Rician channels, the mBER-TD-DB outperforms Eigen-Beamforming since it is based on a more general criterion that does not make any assumption about

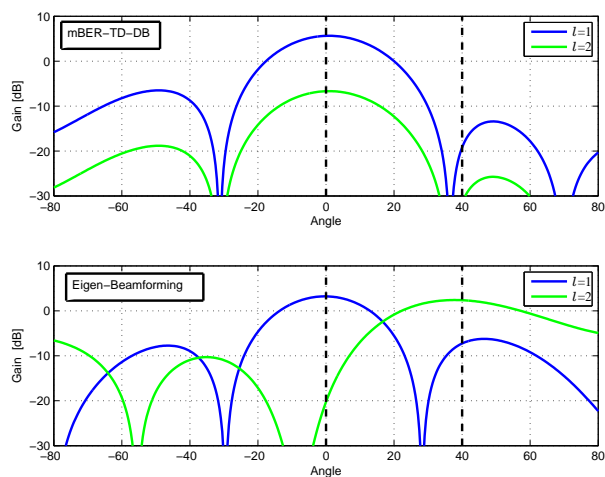


Fig. 6: Radiation pattern of the precoder layers for mBER-TD-DB and Eigen-Beamforming for a transmit power of 10 dB in the LOS scenario.

the channel distribution. This makes the proposed technique an attractive solution for the general application, where the channel type is not known *a priori*.

Future work will involve analyzing the cost function in regard of its minimums and investigating the convergence of the proposed algorithm, as well as the influence of the estimation of the DCCMs on the performances.

ACKNOWLEDGMENTS

The authors would like to thank professor Didier Le Ruyet of the Laboratory of Electronics and Communications at the CNAM, Paris-France, for pointing their attention to [1].

REFERENCES

- [1] S. Zhou and G. B. Giannakis, "Optimal Transmitter Eigen-Beamforming and Space-Time Block Coding Based on Channel Correlations," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 49, no. 7, pp. 1673–1690, July 2003.
- [2] S. M. Alamouti, "A simple transmit diversity technique for wireless communications," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 16, no. 08, pp. 1451–1458, October 1998.
- [3] V. Tarokh, N. Seshadri, and A. R. Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communications: performance criterion and code construction," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 44, no. 2, pp. 744–765, March 1998.
- [4] V. Tarokh, H. Jafarkhani, and A. R. Calderbank, "Space-Time Block Codes from Orthogonal Designs," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 45, no. 5, pp. 1456–1467, July 1999.
- [5] N. Seshadri and J. H. Winters, "Two signaling schemes for improving the error performance of frequency-division-duplex (FDD) transmissions systems using transmitter antenna diversity," in *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference*, Secaucus, USA, May 1993, pp. 508–511.
- [6] J. Liberti and T. S. Rappaport, *Smart Antennas for Wireless Communications*, 1st ed. Prentice Hall, 1999.
- [7] A. Narula, M. J. Lopez, M. D. Trott, and G. W. Wornell, "Efficient Use of Side Information in Multiple-Antenna Data Transmission over Fading Channels," *IEEE Journal On Selected Areas In Communications*, vol. 16, no. 8, pp. 1423–1436, October 1998.
- [8] J. K. Cavers, "Optimized use of diversity modes in transmitter diversity systems," in *Proc. IEEE 49th Vehicular Technology Conference (VTC'99)*, vol. 3, Houston, USA, 05-16 May 1999, pp. 1768–1773.
- [9] M. D. Yacoub, *Foundations of mobile radio engineering*. Boca Raton: CRC Press, 1993.
- [10] J. G. Proakis, *Digital Communications*, 2nd ed. McGraw-Hill, 1989.
- [11] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, 3rd ed. Prentice Hall, 1996.
- [12] D.-S. Shiu, G. J. Foschini, M. J. Gans, and J. M. Kahn, "Fading correlation and its effects on the capacity of multi-element antenna systems," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 48, no. 3, pp. 502–513, March 2000.

Adding Diversity to Multi-User Downlink Beamforming by using BER Constraints

Danilo Zanatta Filho, Luc Féty and João Marcos Travassos Romano

Abstract—In this work, we propose a novel structure and criterion for joint transmit diversity and multi-user downlink beamforming. The proposed structure can be seen as an extension of the purely spatial downlink beamforming and is a transformation that, for each user, transforms K real antennas into L virtual antennas, with $L \leq K$. Classical transmit diversity is then applied to these virtual antennas. We propose a design criterion to optimize the precoders in order to find the best trade-off between minimizing the interference generated towards the other users and maximizing the channel diversity for the desired user. This criterion is based on the minimization of the total transmit power subjected to a target BER constraint for each user. Applied to a multiple-antenna transmitter, the proposed technique outperforms the purely-spatial downlink beamformer by about 5 dB for a target BER of 10^{-2} and by 9 dB for 10^{-3} in a simple scenario.

Index Terms—Minimum BER, Multi-User, Multiple antennas, Smart antennas, MIMO, downlink beamforming, transmit diversity, channel correlation, antenna correlation.

I. INTRODUCTION

This work investigates the use of multiple antennas at the Base Station (BS) and a single antenna at the mobile users and concerns downlink transmission. By using a multi-user approach, the multiple transmit antennas at the BS can be used to spatially separate the co-channel users, adding the space dimension to the system's resources. The addition of this new dimension increases the system capacity [1].

Based on the knowledge of the Downlink Channel Covariance Matrix (DCCM) for all users, the works [2] and [3] propose to use a purely spatial filter to beamform the signal of each user towards the desired user and to mitigate the interference generated towards all the other co-channel users within the cell. This is called multi-user downlink beamforming (MUDB) and is done by minimizing the transmitted power subject to Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio (SINR) constraints for each user [3]. The use of these constraints aims to assure the desired BER for each user. The minimization of the transmit power increases the system capacity due to one of the following two factors: either the BS has more power left to accept other users within the same cell or the interference generated on the other cells are reduced. The criterion pro-

posed in [3] leads thus to the joint optimization of downlink beamforming and transmit powers.

However, the use of a purely spatial filter is not well suited for flat-fading channels since the composite channel seen by each user remains flat-fading. Then, despite of the possible existence of channel space diversity, the overall transmission system does not take profit from this diversity to mitigate the fading effect and further minimize the transmission power for a given target BER. On the other hand, there are the classical Transmit Diversity (TD) schemes [4]–[7], which exploit the channel diversity to mitigate the fading and minimize the transmit power for a given BER. The TD techniques, however, assumes a single-user scenario and uncorrelated antennas. Thus, these techniques present a omnidirectional radiation pattern and are not directly applicable in a multi-user scenario.

In [8], an optimal mono-user transmitter design is proposed to minimize the Symbol Error Rate (SER) for Rayleigh channels. We have extended this result to any channel type in [9] by proposing a criterion based on the minimization of the BER, for the mono-user case.

In this paper, we formulate a general criterion to design optimal transmitter precoders for the multi-user case based only on the DCCM. The main contribution of this work is to propose a design criterion to optimize the precoders ω_i in order to find the best trade-off between maximum channel diversity and minimum pollution. Therefore, our aim is to minimize the total transmit power while respecting a target BER for each user within the considered cell. The resulting precoders are thus applicable to any modulation scheme and channel types (e.g., Rayleigh, Rician, Nakagami [10]).

The rest of this paper is organized as follows. Section II describes the multi-user system model. The proposed constrained criterion of minimum transmit power is presented in Section III and an iterative algorithm to find the optimum solution is presented. Performance is analyzed in Section IV. Conclusions are then drawn on Section V.

The following notations are used throughout the paper. Bold lower letters denote column vectors, bold upper letters denote matrices; $(\cdot)^T$, $(\cdot)^H$ and $(\cdot)^*$ denote transpose, conjugate transpose, and conjugate, respectively. $\|\mathbf{x}\|$ is the 2-norm of vector \mathbf{x} , defined as $\|\mathbf{x}\| = \sqrt{\mathbf{x}^H \mathbf{x}}$, and $E\{\cdot\}$ denotes mathematical expectation.

II. SYSTEM MODEL

We consider the downlink of a wireless communication system, where the BS is equipped with K antennas and communicates with U mobile users, each one with a single antenna. The transmit processing is done by means of a precoder for each user, as depicted in Fig. 1 for transmission

Danilo Zanatta Filho is with the Signal Processing Laboratory for Communications (DSPCom), State University of Campinas (UNICAMP), Campinas-SP, Brazil and with the Laboratory of Electronics and Communications, Conservatoire National des Arts et Métiers (CNAM), Paris, France. email: daniloz@decom.fee.unicamp.br

Luc Féty is with the Laboratory of Electronics and Communications, Conservatoire National des Arts et Métiers (CNAM), Paris, France. email: fety@cnam.fr

João Marcos Travassos Romano is with the Signal Processing Laboratory for Communications (DSPCom), State University of Campinas (UNICAMP), Campinas-SP, Brazil. email: romano@decom.fee.unicamp.br

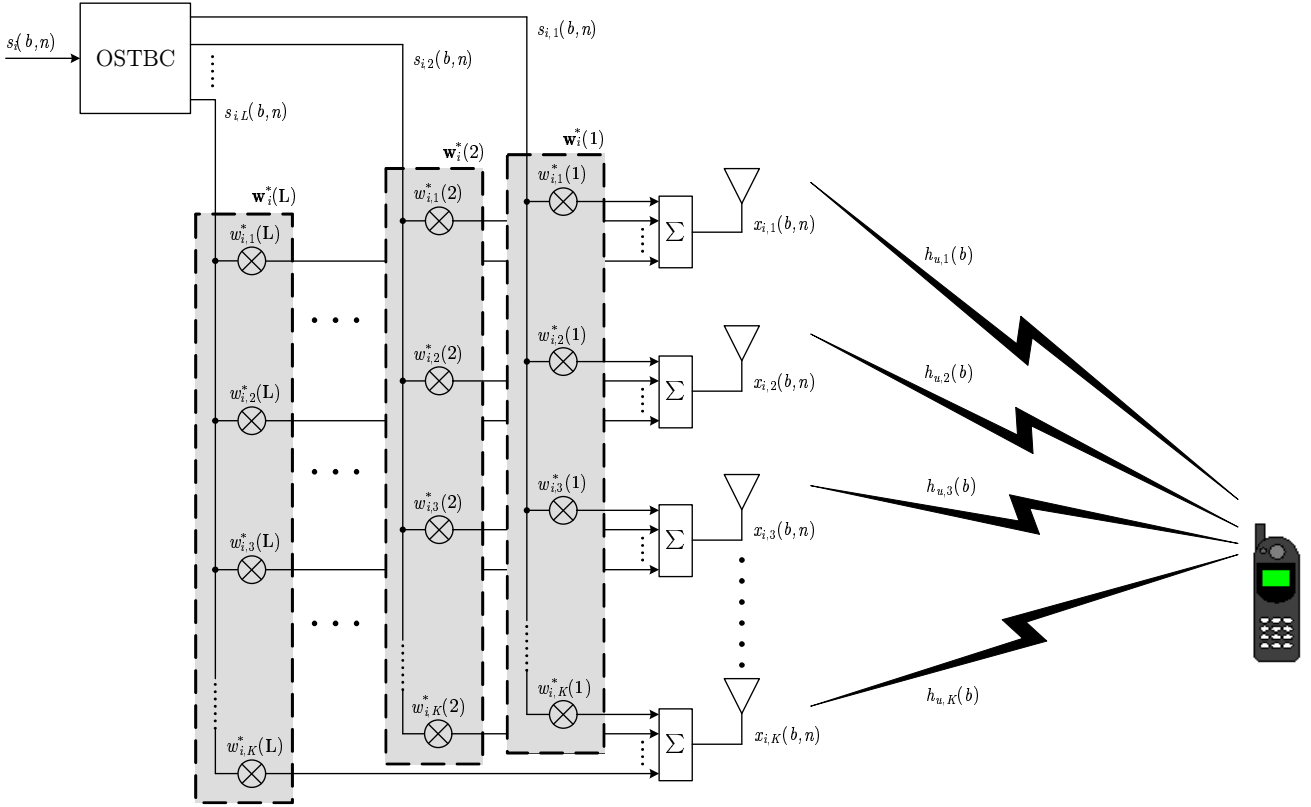


Fig. 1: Transmission of the i -th user signal $s_i(b, n)$ towards user u , using Orthogonal Space-Time Block Code (OSTBC) before the precoder ω_i .

of the i -th user's signal, received by user u . This precoder is an extension of the purely spatial downlink beamforming and can be seen as a transformation that, for each user, transforms the K real antennas into L virtual antennas, where $L \leq K$. Transmit diversity is thus applied to these virtual antennas. Each precoder layer $\mathbf{w}_i(l)$ beamforms the signal $s_{i,l}(b, n)$ and also scales its power. The OSTBC block in Fig. 1 corresponds to the coding of the transmitted signal by an Orthogonal Space-Time Block Code (OSTBC). We further assume that the signal is transmitted in blocks of length N_b , so that the channel variation during one block of data is negligible. However, the channel changes from one block b to another, characterizing a *block-fading channel*. Moreover, we assume that the channel is flat.

Considering the transmission of the i -th user's signal, the signal at the k -th antenna output and block b is given by

$$x_{i,k}(b, n) = \sum_{l=1}^L w_{i,k}^*(l) s_{i,l}(b, n), \quad (1)$$

where $s_{i,l}(b, n)$ are the "coded" symbols of the i -th user (after the TD processing) and $w_{i,k}(l)$ are the coefficients of the i -th user's precoder related to real antenna k and virtual antenna l . We assume that within a block, the time index n varies from 0 to $N_b - 1$.

The total multi-user signal at antenna k is then given by

$$x_k(b, n) = \sum_{i=1}^U x_{i,k}(b, n). \quad (2)$$

So, at a given block b , the received signal $y_u(b, n)$ at the u -th user's antenna can be expressed by

$$y_u(b, n) = \sum_{i=1}^U \sum_{k=1}^K h_{u,k}(b) x_k(b, n) + \nu(b, n), \quad (3)$$

where $h_{u,k}(b)$ is the coefficient of the channel that links antenna k and user u , and $\nu(b, n)$ is the additive gaussian noise sample at the user's antenna.

By inserting (2) into (3) we can write

$$y_u(b, n) = \sum_{i=1}^U \sum_{l=0}^{L-1} \left(\sum_{k=1}^K w_{i,k}^*(l) h_{u,k}(b) \right) s_{i,l}(b, n) + \nu(b, n), \quad (4)$$

or rather, in vector form

$$y_u(b, n) = \sum_{i=1}^U \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{w}_i(l)^H \mathbf{h}_u(b) s_{i,l}(b, n) + \nu(b, n), \quad (5)$$

where the l -th precoder layer $\mathbf{w}_i(l) = [w_{i,1}(l) \ w_{i,2}(l) \ \dots \ w_{i,K}(l)]^T$ is a vector that maps the i -th user's l -th virtual antenna into the K real antennas (see Fig. 1) and $\mathbf{h}_u(b) = [h_{u,1}(b) \ h_{u,2}(b) \ \dots \ h_{u,K}(b)]^T$ is the spatial channel vector that links the BS and user u .

In order to obtain a full matrix notation, we now define the signal $s_{i,l}(b, n)$ filtered by the spatial channel $\mathbf{h}_u(b)$ as $\tilde{s}_{i,u,l}(b, n) \triangleq \mathbf{h}_u(b) s_{i,l}(b, n)$. By stacking the vectors $\mathbf{w}_i(l)$ and the vectors $\tilde{s}_{i,u,l}(b, n)$ for $l = 1, \dots, L$ in the vectors ω_i

and $\tilde{\mathbf{S}}_{i,u}(b,n)$, respectively, we can rewrite (5) as

$$y_u(b,n) = \sum_{i=1}^U \boldsymbol{\omega}_i^H \tilde{\mathbf{S}}_{i,u}(b,n) + \nu(b,n), \quad (6)$$

where $\boldsymbol{\omega}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_i(1)^T & \mathbf{w}_i(2)^T & \cdots & \mathbf{w}_i(L)^T \end{bmatrix}^T$ represents the i -th user's precoder in vector form and $\tilde{\mathbf{S}}_{i,u}(b,n) = \begin{bmatrix} \tilde{s}_{i,u,1}(b,n)^T & \tilde{s}_{i,u,2}(b,n)^T & \cdots & \tilde{s}_{i,u,L}(b,n)^T \end{bmatrix}^T$. The precoders $\boldsymbol{\omega}_i$ are assumed to be normalized, i.e., $\|\boldsymbol{\omega}_i\| = 1$.

The vector $\tilde{\mathbf{S}}_{i,u}(b,n)$ is related to the signals $s_{i,l}(b,n)$ by the channel convolution matrix $\mathcal{H}_u(b)$ as

$$\tilde{\mathbf{S}}_{i,u}(b,n) = \mathcal{H}_u(b) \mathbf{s}_i(b,n), \quad (7)$$

where $\mathbf{s}_i(b,n) = \begin{bmatrix} s_{i,1}(b,n) & s_{i,2}(b,n) & \cdots & s_{i,L}(b,n) \end{bmatrix}^T$ is the coded signal vector and the $KL \times L$ channel convolution matrix is given by

$$\mathcal{H}_u(b) = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_u(b) & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{h}_u(b) & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{h}_u(b) \end{bmatrix}, \quad (8)$$

where $\mathbf{0}$ is a column vector composed by K zeros.

Finally, we can write $y_u(b,n)$ as

$$y_u(b,n) = \underbrace{\boldsymbol{\omega}_u^H \mathcal{H}_u(b) \mathbf{s}_u(b,n)}_{y_{u,u}(b,n)} + \underbrace{\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \boldsymbol{\omega}_i^H \mathcal{H}_u(b) \mathbf{s}_i(b,n)}_{y_{u,i}(b,n)} + \nu(b,n). \quad (9)$$

It is worth recalling that for each block b the channel $\mathbf{h}_u(b)$ presents a different condition, i.e., it can be in a deep fade or in a good condition. This condition affects the received power and the SINR of each user.

Based on (9) we can write the useful received power for user u at block b as

$$P_u(b) = \mathbb{E} \left\{ |y_{u,u}(b,n)|^2 \right\} = p_u \boldsymbol{\omega}_u^H \mathcal{R}_u(b) \boldsymbol{\omega}_u, \quad (10)$$

where $\mathcal{R}_u(b) = \mathcal{H}_u(b) \mathcal{H}_u(b)^H$ is the instantaneous DCCM of the u -th user at block b , which has a block hermitian structure. We have used the fact that the coded symbols are i.i.d. and their power is p_u , which came from the fact that an OSTBC is used, which is an orthogonal code, and the assumption that the "uncoded" symbols $s_u(b,n)$ are i.i.d. and have power p_u . Remark that p_u is the transmit power for user u , while the total transmit power is given by $P_{\text{TX}} = \sum_u p_u$.

Following the same reasoning as for the useful power, we can write the interference caused by all other users in user u as

$$I_u(b) = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U p_i \boldsymbol{\omega}_i^H \mathcal{R}_u(b) \boldsymbol{\omega}_i. \quad (11)$$

Finally, the SINR of the u -th user at the block b is given by

$$\gamma_u(b) = \frac{p_u \boldsymbol{\omega}_u^H \mathcal{R}_u(b) \boldsymbol{\omega}_u}{\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U p_i \boldsymbol{\omega}_i^H \mathcal{R}_u(b) \boldsymbol{\omega}_i + \sigma_v^2}, \quad (12)$$

where σ_v^2 is the noise variance.

Assuming the use of a linear modulation, the BER for block b can be approximated [11], at relatively high SINR, by

$$\text{BER}_u(b) \approx \frac{\bar{N}_e}{N} Q \left(\sqrt{\frac{d_{\min}^2}{2} \gamma_u(b)} \right), \quad (13)$$

where N is the number of bits per symbol, d_{\min} is the minimum distance between 2 points for a unitary power constellation, \bar{N}_e is the mean number of neighbors at minimum distance and $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt$ is the Q -function.

III. MULTI-USER MINIMUM TRANSMIT POWER WITH BER CONSTRAINTS

As far as diversity is concerned, the optimum precoders are such that the *virtual antennas* are uncorrelated, which would provide the maximum channel diversity for the OSTBC. On the other hand, from the point of view of multi-user downlink beamforming, it is desirable that each precoder layer $\mathbf{w}_i(l)$ beamforms the signal $s_{i,l}(b,n)$ towards the desired user i and mitigates the interference radiated towards all the other users, called pollution here. These two goals are clearly **contradictory**, since uncorrelated antennas means omnidirectional transmission and beamforming requires correlated antennas.

As we have mentioned earlier, we propose a design criterion to optimize the precoders $\boldsymbol{\omega}_i$ in order to find the best trade-off between both wishes, i.e., maximum channel diversity and minimum pollution. These precoders lead to minimum BER for a given transmit power. However, in a multi-user scenario, it makes more sense to minimize the total transmit power while respecting a target BER for each user within the considered cell.

From the BER expression in (13), we can write the proposed criterion as

$$\begin{aligned} \min \quad & P_{\text{TX}} = \sum_{u=1}^U p_u \boldsymbol{\omega}_u^H \boldsymbol{\omega}_u \\ \text{s.t.} \quad & \text{BER}_u \triangleq \mathbb{E} \left\{ \frac{\bar{N}_e}{N} Q \left(\sqrt{N_s \gamma_u(b)} \right) \right\} = c_u \quad \forall u \end{aligned}, \quad (14)$$

where c_u is the target BER for user u and, for the sake of legibility, we have defined $N_s = \frac{d_{\min}^2}{2}$.

By introducing the Lagrange multipliers λ_u , the lagrangian associated with (14) can be written as

$$J = \sum_{u=1}^U p_u \boldsymbol{\omega}_u^H \boldsymbol{\omega}_u + \sum_{u=1}^U \lambda_u \left(\mathbb{E} \left\{ \frac{\bar{N}_e}{N} Q \left(\sqrt{N_s \gamma_u(b)} \right) \right\} - c_u \right). \quad (15)$$

Let us define $f(\gamma_u(b))$ as minus the derivative of $\frac{\bar{N}_e}{N} Q \left(\sqrt{N_s \gamma_u(b)} \right)$ with respect to $\gamma_u(b)$, given by

$$f(\gamma_u(b)) \triangleq \frac{\bar{N}_e N_s}{2N \sqrt{2\pi N_s \gamma_u(b)}} \exp \left(-\frac{N_s \gamma_u(b)}{2} \right). \quad (16)$$

Let us further define the following variables

$$\begin{aligned} N_u(b) &\triangleq \boldsymbol{\omega}_u^H \mathbf{R}_u(b) \boldsymbol{\omega}_u \\ D_u(b) &\triangleq \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq u}}^U p_j \boldsymbol{\omega}_j^H \mathbf{R}_u(b) \boldsymbol{\omega}_j + \sigma^2 \\ x_u(b) &\triangleq \frac{N_u(b)}{D_u(b)} \end{aligned} \quad (17)$$

The optimum solution for the precoders $\boldsymbol{\omega}_u$ can be found by setting to zero the derivatives of the lagrangian J with respect to $\boldsymbol{\omega}_i$ and p_i . Firstly, we derive with respect to $\boldsymbol{\omega}_i$ to obtain

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial \boldsymbol{\omega}_i} &= 2p_i \boldsymbol{\omega}_i - 2p_i \lambda_i \mathbf{E} \left\{ \frac{f(\gamma_i(b))}{D_i(b)} \mathbf{R}_i(b) \right\} \boldsymbol{\omega}_i \\ &+ 2p_i \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^U \lambda_k \mathbf{E} \left\{ \frac{f(\gamma_k(b))}{D_k(b)} \gamma_k(b) \mathbf{R}_k(b) \right\} \boldsymbol{\omega}_i. \end{aligned} \quad (18)$$

By posing $\frac{\partial J}{\partial \boldsymbol{\omega}_i} = 0$, the factor $2p_i$ can be simplified and we obtain that $\boldsymbol{\omega}_i$ is eigenvector of the following generalized eigendecomposition

$$\left(\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^U \lambda_k \tilde{\mathbf{R}}_k + \mathbf{I} \right) \boldsymbol{\omega}_i - \lambda_i \mathbf{R}_i \boldsymbol{\omega}_i = 0, \quad (19)$$

where $\tilde{\mathbf{R}}_k = \mathbf{E} \left\{ \frac{f(\gamma_k(b))}{D_k(b)} \gamma_k(b) \mathbf{R}_k(b) \right\}$ and $\mathbf{R}_i = \mathbf{E} \left\{ \frac{f(\gamma_i(b))}{D_i(b)} \mathbf{R}_i(b) \right\}$. Let us further define $\mathbf{R}_i^{\text{INT}} = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^U \lambda_k \tilde{\mathbf{R}}_k + \mathbf{I}$.

The eigendecomposition (19) can be used to find the precoders $\boldsymbol{\omega}_i$ for a given set of λ_k , with $k \neq i$. We observe that (19) is similar to the eigendecomposition for the criterion of minimum transmit power with SINR constraints, see [3, eq. (14)], but here the matrices $\mathbf{R}_i(b)$ and $\mathbf{R}_k(b)$ are weighted inside the expectation. Since these weights are all positives, \mathbf{R}_i and $\tilde{\mathbf{R}}_i$ are homogenous to channel covariance matrices.

We still need to determine which eigenvector to take from (19). To do so, we observe that if we had SINR constraints instead of BER constraints, it is clear that we have to take the eigenvector corresponding to the maximum eigenvalue, as proved in [3] for the DBPC algorithm.

Remark that in order to obtain $\boldsymbol{\omega}_i$, it is necessary to know all the Lagrange multipliers λ_i . Thus, to find the optimal λ_i 's we derive J with respect to p_i , obtaining

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial p_i} &= \boldsymbol{\omega}_i^H \boldsymbol{\omega}_i - \lambda_i \mathbf{E} \left\{ f(\gamma_i(b)) x_i(b) \right\} \\ &+ \sum_{k \neq i} \lambda_k \mathbf{E} \left\{ \frac{f(\gamma_k(b))}{D_k(b)} \gamma_k(b) \boldsymbol{\omega}_i^H \mathbf{R}_k(b) \boldsymbol{\omega}_i \right\} \end{aligned} \quad (20)$$

and then we make $\frac{\partial J}{\partial p_i} = 0$, which give us the linear system below

$$\mathbf{A} \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{b}, \quad (21)$$

where $\boldsymbol{\lambda} = [\lambda_1 \ \lambda_2 \ \dots \ \lambda_U]^T$ and

$$\mathbf{A}_{i,k} = \begin{cases} \mathbf{b}_i = \boldsymbol{\omega}_i^H \boldsymbol{\omega}_i = 1 & i = k \\ \mathbf{E} \left\{ f(\gamma_i(b)) x_i(b) \right\} & i = k \\ -\mathbf{E} \left\{ \frac{f(\gamma_k(b))}{D_k(b)} \gamma_k(b) \boldsymbol{\omega}_i^H \mathbf{R}_k(b) \boldsymbol{\omega}_i \right\} & i \neq k \end{cases}, \quad (22)$$

where \mathbf{b}_i corresponds to the i -th element of the column vector \mathbf{b} and $\mathbf{A}_{i,k}$ corresponds to the element in the row i and column k of the matrix \mathbf{A} . Remark that, in order to compute $\boldsymbol{\lambda}$, we have to know all the $\boldsymbol{\omega}_i$'s and vice-versa, leading to an iterative procedure.

Finally, we still need to determine the transmit powers p_u . To do so, we can derive J with respect to λ_u and make it equal zero. However, by doing so, we obtain the BER constraints. Thus, given a set of λ_u , we can compute the precoder $\boldsymbol{\omega}_u$ and the transmit powers are obtained such that the constraints are satisfied.

It is worth to note, however, that the BER is given by the expectation of a non-linear function (the Q -function) of the SINR. Moreover, one transmit power p_u affects the BER of all users. Then, compute p_u analytically is not a straightforward task. We propose to consider only the influence of the transmit power p_u on the BER_u and linearize the Q -function in order to find the approximate value of p_u that satisfy the constraints. This is done by using the Newton method [12] to find the root of the u -th constraint $g_u(p_u)$, expressed by

$$g_u(p_u) = \mathbf{E} \left\{ \frac{\bar{N}_e}{N} Q \left(\sqrt{N_s \gamma_u(b)} \right) \right\} - c_u. \quad (23)$$

The derivative of $g_u(p_u)$ with respect to p_u is

$$\frac{\partial g_u}{\partial p_u} = -\mathbf{E} \left\{ f(\gamma_u(b)) x_u(b) \right\}. \quad (24)$$

So, from a given value of p_u^- , one Newton iteration gives

$$p_u^+ = p_u^- - \frac{g_u}{\frac{\partial g_u}{\partial p_u}}. \quad (25)$$

A. Proposed algorithm

We propose an iterative algorithm to find the optimum precoders $\boldsymbol{\omega}_u$ and transmit powers p_u , since each step described before is connected to the others by the precoder $\boldsymbol{\omega}_u$, the transmit powers p_u and the Lagrange multipliers λ_u . This algorithm is described in Table I and is called Multi-User constrained BER (MU-cBER). Note that, in a practical implementation of the algorithm, we must replaced the expectations by averages over the blocks b .

We start from a set of orthogonal layers $\mathbf{w}_u(l)$ and unitary transmit powers. Then, after computing \mathbf{A} and \mathbf{b} , we update $\boldsymbol{\lambda}$ following (21). After computing \mathbf{R}_u and $\mathbf{R}_u^{\text{INT}}$, we propose to use a power iteration to find the maximum eigenvector. The power method [13] is used to find the maximum eigenvector of an eigendecomposition, but since the matrices \mathbf{R}_u and $\mathbf{R}_u^{\text{INT}}$ depends on $\boldsymbol{\omega}_u$, we don't want to fully update $\boldsymbol{\omega}_u$,

TABLE I: MU-cBER Algorithm

- 1) Initialize the precoders ω_u and the transmit powers

$$\omega_u = \sqrt{\frac{1}{L}} \left[\underbrace{1 \ 0 \dots 0}_M \ 1 \ \underbrace{0 \dots 0}_M \ 1 \ \dots \right]^T, \quad p_u = 1 \quad \forall u$$

- 2) Compute $N_u(b)$, $D_u(b)$ and $f(\gamma_u(b))$, as defined in (17) and (16)
- 3) Compute \mathbf{A} and \mathbf{b} using (22)
- 4) Update λ by solving the linear system (21)
- 5) Compute \mathbf{R}_u and $\mathbf{R}_u^{\text{INT}}$
- 6) Update ω_u by making one power iteration

$$\omega_u = \left(\mathbf{R}_u^{\text{INT}} \right)^{-1} \mathbf{R}_u \omega_u \quad (26)$$

- 7) Normalize ω_u

$$\omega_u = \frac{\omega_u}{\|\omega_u\|}$$

- 8) Update $N_u(b)$, $D_u(b)$ and $f(\gamma_u(b))$, since the ω_u 's were changed
- 9) Compute g_u and $\frac{\partial g_u}{\partial p_u}$ as in (23) and (24)
- 10) Update the transmit powers p_u using (25)
- 11) Go to 2 until convergence

but only adapt it to go in the direction of the maximum eigenvector. This is what is done in (26). After normalizing ω_u , the values of $N_u(b)$, $D_u(b)$ and $f(\gamma_u(b))$ are updated and used to compute g_u and $\frac{\partial g_u}{\partial p_u}$. Finally the transmit powers p_u are updated and the constraints values g_u are tested. Iterations are made until the constraints are within a given tolerance, when the algorithm stops.

Although the analytical proof of convergence of this algorithm is a complex task, among all the simulations performed, we have not observed one single case of divergence of the algorithm. Moreover, this algorithm is similar to the DBPC, whose convergence was proved in [3].

TABLE II: 2-path scenario parameters

	User #1		User #2	
	path #1	path #2	path #1	path #2
DOA	-35°	-5°	$+25^\circ$	$+55^\circ$
power	-3 dB	-3 dB	-3 dB	-3 dB

IV. SIMULATION RESULTS

We consider the downlink of a wireless system, where the BS serves 2 co-channel users. The BS is equipped with a linear array of $K = 4$ antennas and the inter-element distance is $\frac{\lambda_c}{2}$, where λ_c is the carrier wavelength. The transmit precoder is $K \times L$ (see Fig. 1), so that we have $L = 2$ virtual antennas, and the Alamouti scheme [4] is used as OSTBC. We assume that the instantaneous DCCMs $\mathcal{R}_u(b)$ for all users and for all blocks are perfectly known at the BS. Moreover, without loss of generality, we assume that the channel realization is independent from one block to another.

In order to assess the performance of the proposed technique, we have simulated $N_t = 10^4$ training blocks that were used to obtain the optimum precoders and $N_d = 10^6$ data blocks were used to evaluate the performance of this solution. The transmit powers p_u were normalized with respect to the receiver noise variance σ^2 , so that 0 dB corresponds to $p_u = \sigma^2$ (note that this is equivalent to say that 0 dB

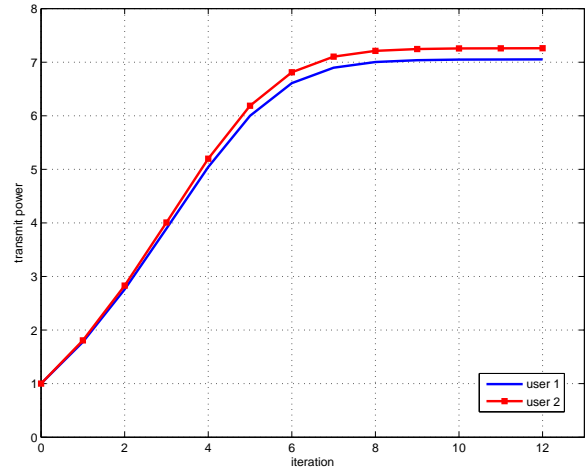
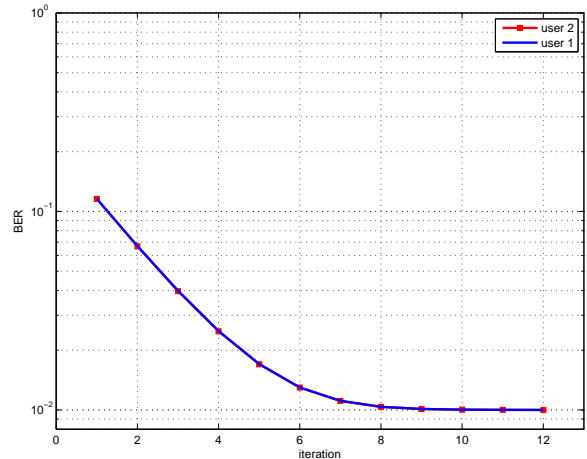
Fig. 2: Evolution of the transmit powers p_1 and p_2 as a function of the algorithm iterations.

Fig. 3: Evolution of the users' BER as a function of the algorithm iterations.

corresponds to the transmit power necessary, when using an omnidirectional antenna at the BS, to have a SNR of 0 dB at the mobile user).

In the following, we compare the MU-cBER with the multi-user beamforming-only DBPC solution of [3] in a 2-path scenario and 4-QAM modulation¹. This scenario corresponds to a flat-fading channel for each user. The DOAs and powers of each user are summarized in Table II. Although this is a very simple scenario, it shows the gain obtained by adding diversity to multi-user downlink beamforming and allows us to physically interpret the results. Initially, the target raw BER was set to 10^{-2} , which corresponds to a target SINR of 16.86 dB for the DBPC algorithm. This target SNR was calculated by considering a Rayleigh channel².

Firstly, to illustrate the convergence of the MU-cBER technique, Fig. 2 shows the evolution of the users' transmit powers, while Fig. 3 shows the evolution of the BER, for a target BER of 10^{-2} . It can be seen that the MU-cBER converges in few iterations.

Fig. 4 shows the radiation pattern obtained with the DBPC technique for each user, where the vertical dashed lines

¹For a 4-QAM modulation [11], we have $\frac{N_c}{N} = 1$ and $N_s = \frac{d_{\min}^2}{2} = 1$.

²For a Rayleigh channel, we have [1]: $\text{BER} = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{\text{SINR}}{1 + \text{SINR}}} \right)$.

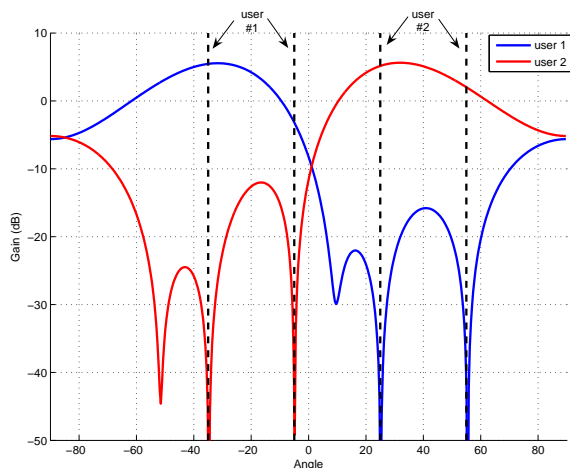


Fig. 4: Radiation pattern for the beamforming-only DBPC technique for users 1 and 2.

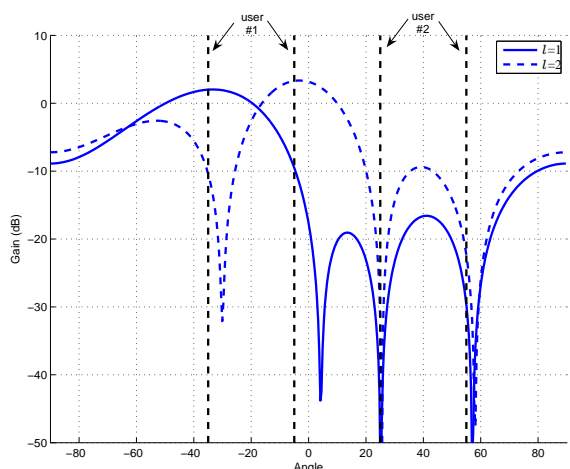


Fig. 5: Radiation pattern for MU-cBER technique with $L = 2$ virtual antennas for user 1. Both layers are shown.

correspond to the DOAs of the users' paths. We can see that the DBPC algorithm is able to transmit towards one user, by using both paths in order to maximize the received power, while completely eliminating (over 50 dB below) the pollution generated towards the other user. This ensures the co-habitation of both co-channel users within the same cell and practically doubles the system capacity.

Fig. 5 shows the radiation patterns for each precoder layer $l = 1$ and $l = 2$ for user 1. From Fig. 5, we see that both layers beamform in the directions of user 1 and highly reduce the pollution towards user 2. However, each layer transmit differently towards user 1, which can be seen by the different radiation patterns from layer $l = 1$ and $l = 2$. These two different radiation patterns lead to two virtual antennas for user 1 that are almost uncorrelated: their correlation is 0.0266. The OSTBC can then profit from this diversity to achieve the same BER as in the DBPC case with a reduced transmit power. The same holds for user 2.

Table III shows the BER obtained for each user for the data blocks, as well as the total transmit power for both techniques, for two different target BER. The MU-cBER technique presents a gain in the total transmit power of 4.64 dB

TABLE III: Performance comparison

Target BER	Technique	L	P_{TX}	BER #1	BER #2
10^{-2}	DBPC	1	16.23 dB	1.0031×10^{-2}	0.9997×10^{-2}
	MU-cBER	2	11.67 dB	1.0008×10^{-2}	0.9898×10^{-2}
10^{-3}	DBPC	1	26.35 dB	1.0021×10^{-3}	0.9899×10^{-3}
	MU-cBER	2	17.31 dB	1.0287×10^{-2}	0.9853×10^{-3}

for a target BER of 10^{-2} and of 9.04 dB for a target BER of 10^{-3} . These gains come from the TD that was added to the transmission system.

V. CONCLUSION

We have showed that the proposed technique provides a substantial gain in comparison to a purely spatial technique. This gain is due to the addition of transmit diversity to the multi-user downlink beamforming. Higher gains are expected in more rich propagation environments by using more virtual antennas, even though there is a rate penalty in using complex valued OSTBC for $L > 2$.

Future work will involve assessing the performance of the proposed technique in more realistic scenarios and the influence of the estimation of the DCCMs. We also intend to analyze the cost function in regard of its minimums and investigate the convergence of the proposed algorithm.

REFERENCES

- [1] T. S. Rappaport, *Wireless Communications: Principles & Practice*, 2nd ed. Prentice Hall, 2001.
- [2] F. Rashid-Farrokhi, K. J. R. Liu, and L. Tassiulas, "Transmit Beamforming and Power Control for Cellular Wireless Systems," *IEEE Journal on Sel. Areas in Communications*, vol. 16, no. 8, pp. 1437–1450, October 1998.
- [3] D. Zanatta Filho and L. Féty, "A Fast Algorithm for Joint Downlink Beamforming and Power Control in UMTS Systems," in *Proc. IEEE International Telecommunications Symposium (ITS'2002)*, Natal, Brazil, September 2002.
- [4] S. M. Alamouti, "A simple transmit diversity technique for wireless communications," *IEEE Journal on Select Areas in Communications*, vol. 16, no. 08, pp. 1451–1458, October 1998.
- [5] V. Tarokh, N. Seshadri, and A. R. Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communications: performance criterion and code construction," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 44, no. 2, pp. 744–765, March 1998.
- [6] V. Tarokh, H. Jafarkhani, and A. R. Calderbank, "Space-Time Block Codes from Orthogonal Designs," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 45, no. 5, pp. 1456–1467, July 1999.
- [7] N. Seshadri and J. H. Winters, "Two signaling schemes for improving the error performance of frequency-division-duplex (FDD) transmissions systems using transmitter antenna diversity," in *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference*, Secaucus, USA, May 1993, pp. 508–511.
- [8] S. Zhou and G. B. Giannakis, "Optimal Transmitter Eigen-Beamforming and Space-Time Block Coding Based on Channel Correlations," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 49, no. 7, pp. 1673–1690, July 2003.
- [9] D. Zanatta Filho and L. Féty, "Joint Transmit Diversity and Downlink Beamforming by using a Minimum BER Criterion," in *Proc. VI International Telecommunications Symposium (ITS'2006)*, Fortaleza - Brazil, September 2006.
- [10] M. D. Yacoub, *Foundations of mobile radio engineering*. Boca Raton: CRC Press, 1993.
- [11] J. G. Proakis, *Digital Communications*, 2nd ed. McGraw-Hill, 1989.
- [12] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, 3rd ed. Prentice Hall, 1996.
- [13] G. H. Golub and C. F. van Loan, *Matrix Computations*, 3rd ed. The Johns Hopkins University Press, 1996.